



GEORG-AUGUST-UNIVERSITÄT  
GÖTTINGEN

Fakultät für  
Physik 

## **Bachelorarbeit**

# **Experimentelle Untersuchungen zur Anwendbarkeit einer Kraftmesstechnik basierend auf optischer Objektverfolgung in CCD-Kameraaufnahmen**

## **Experimental investigations on the applicability of a force-measurement technique utilizing CCD camera-based optical object-tracking**

angefertigt am Institut für Aerodynamik und Strömungstechnik  
von Sabrina Rutschmann aus Göttingen

**Bearbeitungszeit:** 27. April 2009 bis 3. August 2009

**Betreuer/in:** Dr. Jan Martinez Schramm

**Erstgutachter/in:** Prof. Dr. Andreas Dillmann

**Zweitgutachter/in:** Prof. Dr. Wolfgang Glatzel



## **Abstract**

Here the key results of the thesis can be presented in about half a page.

**Keywords:** force measurement, optical object tracking



# Inhaltsverzeichnis

<b>Nomenklatur</b>	<b>vii</b>
<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>ix</b>
<b>1 Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2 Theoretische Grundlagen</b>	<b>3</b>
2.1 Optisches Aufnahmesystem . . . . .	3
2.1.1 CCD-Chip . . . . .	3
2.1.2 HPV-1 Kamera . . . . .	5
2.1.3 Verwendetes Objektiv . . . . .	5
2.1.4 Ulbrichtkugel . . . . .	6
2.1.5 Diffusorplatte . . . . .	6
2.2 Theorie zu den Experimenten . . . . .	6
2.2.1 Fallexperimente - konstante Beschleunigung . . . . .	6
2.2.2 Theoretischer Wert der Erdbeschleunigung in Göttingen . . . . .	10
2.2.3 Erwarteter Fehler der Beschleunigung . . . . .	12
2.3 Die Funktionsweise der Bildverarbeitungssoftware zur Auswertung der Messdaten . . . . .	13
2.3.1 Der Canny Edge Detector . . . . .	13
2.3.2 Subpixelkantenroutine . . . . .	14
2.3.3 Objektdetektion . . . . .	15
<b>3 Kamerakalibrierung</b>	<b>17</b>
3.1 Versuchsaufbau und Durchführung . . . . .	17
3.1.1 Bestimmung der CCD-Parameter . . . . .	17
3.2 Ergebnisse der Kamerakalibrierung . . . . .	18
3.2.1 Dunkelstrom . . . . .	18
3.2.2 Helligkeitsabhängigkeit . . . . .	21

3.2.3	Spezielle Probleme der HPV-1 Kamera . . . . .	25
<b>4</b>	<b>Statische Messung</b>	<b>27</b>
4.1	Kugelverschiebungen um geometrische Distanzen . . . . .	27
4.1.1	Versuchsaufbau und Durchführung . . . . .	27
4.1.2	Ergebnisse . . . . .	28
4.2	Kugelverschiebungen um optische Distanzen . . . . .	30
4.2.1	Versuchsaufbau und Durchführung . . . . .	30
4.2.2	Ergebnisse . . . . .	31
4.3	Diskussion/Zusammenfassung der Ergebnisse . . . . .	38
<b>5</b>	<b>Fallexperimente</b>	<b>43</b>
5.1	Versuchsaufbau und Durchführung . . . . .	43
5.2	Ergebnisse der Fallexperimente . . . . .	44
5.2.1	Fallexperimente mit der kleinen Kugel ( $d = 30 \text{ mm}$ ) bei einer Aufnahmefrequenz von $f = 2000 \text{ fps}$ . . . . .	44
5.2.2	Fallexperimente mit der kleinen Kugel ( $d = 30 \text{ mm}$ ) bei einer Aufnahmefrequenz von $f = 4000 \text{ fps}$ . . . . .	46
5.2.3	Fallexperimente mit der großen Kugel ( $d = 40 \text{ mm}$ ) bei einer Aufnahmefrequenz von $f = 4000 \text{ fps}$ . . . . .	47
5.3	Diskussion der Fallexperimente . . . . .	48
5.3.1	Probleme bei der Durchführung der Experimente . . . . .	48
5.3.2	Diskussion der Ergebnisse . . . . .	49
<b>6</b>	<b>Schlussfolgerung und Ausblick</b>	<b>51</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>53</b>

# Nomenklatur

## Variablen

Variable	Bedeutung	Einheit
$a$	Beschleunigung	$\text{m/s}^2$
$A$	Fläche	$\text{m}^2$
$E$	Energie	$\text{J}=\text{kgm}^2/\text{s}^2$
$d$	Durchmesser	$\text{m}$
$F$	Kraft	$\text{N}=\text{kgm}/\text{s}^2$
$f$	Frequenz	$1/\text{s}$
$\eta$	dynamische Viskosität	$\text{Ns}/\text{m}^2$
$L$	Leuchtstärke	$\text{lx}$
$m$	Masse	$\text{kg}$
$M$	Machzahl	-
$h$	Höhe	$\text{m}$
$p$	Druck	$\text{N}/\text{m}^2$
$r$	Radius	$\text{m}$
$s$	Strecke	$\text{m}$
$S$	Auflösung	$\mu\text{m}/\text{pixel}$
$t$	Zeit	$\text{s}$
$T$	Temperatur	$\text{K}$
$U_\infty$	Strömungsgeschwindigkeit	$\text{m}/\text{s}$
$v$	Geschwindigkeit	$\text{m}/\text{s}$

## Indizes

Index	Bedeutung
B	Belichtung

Index	Bedeutung
gem.	gemessen
H	Hammer
K	Kugel
<i>kin</i>	kinetisch
<i>pot</i>	potentiell

## Konstanten

Konstante	Bedeutung	Wert
<i>g</i>	Gravitationsbeschleunigung	$9.8116 \text{ m/s}^2$

## Abkürzungen

Abkürzung	Bedeutung
2D	zweidimensional
3D	dreidimensional
AS	Aerodynamik und Strömungstechnik
CCD	Charged Coupled Device
CMOS	Complementary Metal Oxide Semiconductor
DLR	Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt
ESA	European Space Agency
GPS	Global Positioning System
fps	frames per second
HEG	Hochenthalpiekanal Göttingen
max	maximal
VDM	Visual Data Manipulator
VF	Verstärkungsfaktor (Gain)



# Abbildungsverzeichnis

2.1	Schema des EXOMARS-Modells im HEG . . . . .	7
2.2	3D-Darstellung der zurückgelegten Strecke des EXOMARS-Modells im HEG in Abhängigkeit vom Radius und vom Staupunktdruck . . . . .	9
2.3	Theoretisch zu erwartende gesamte Fallstrecke der Kugel (links), und Fallstrecke pro Einzelbild der Kugel (rechts) bei $f = 2000$ fps . . . . .	10
2.4	Schematische Erklärung der Subpixelkantendetektion . . . . .	15
3.1	Aufbau der Kamerakalibrierung (schematisch und Foto) . . . . .	17
3.2	Dunkelstrom in Abhängigkeit von der Belichtungszeit und vom Verstärkungsfaktor . . . . .	18
3.3	Anzahl der Hotpixel bei der HPV-1 Kamera in Abhängigkeit vom Verstärkungsfaktor . . . . .	20
3.4	Prozentualer Anteil des Fixmuster-Rauschens abhängig vom Gain und von der Belichtungszeit . . . . .	20
3.5	Helligkeitslinearitätsbestimmung: Intensitätswerte bei verschiedenen Verstärkungen aufgetragen über der Belichtungszeit bei maximaler Beleuchtung . . . . .	21
3.6	Lineare Approximation der Helligkeitsabhängigkeit des CCD-Chips für verschiedene Verstärkungsfaktoren in Abhängigkeit von der Belichtungszeit . . . . .	22
3.7	Helligkeitsverhalten des Chips im mittleren Dynamikbereich: Intensitätswerte bei verschiedenen Verstärkungen aufgetragen über der Belichtungszeit mit und ohne Optik . . . . .	24
3.8	Kubische Approximation der normierten Intensitätswerte bei verschiedenen Verstärkungen und Gains in Abhängigkeit von der Belichtungszeit. Links mit und rechts ohne Objektiv . . . . .	25
3.9	Intensität über eine Bildserie . . . . .	26
4.1	Versuchsaufbau für die statische Messung . . . . .	27

4.2	x-Verschiebung innerhalb eines Millimeters - relative und absolute x-Abweichung bei 100% Lichtstärke . . . . .	29
4.3	x-Verschiebung innerhalb eines Millimeters - relative und absolute x-Abweichung bei 50% Lichtstärke . . . . .	29
4.4	x-Verschiebung innerhalb eines Pixels in $30\mu\text{m}$ Schritten, absolute x-Abweichung . . . . .	32
4.5	x-Verschiebung innerhalb eines Pixels, absolute x-Abweichung - links in Mikrometer, rechts in Pixeln . . . . .	33
4.6	x-Verschiebung um $400\mu\text{m}$ , gefittete absolute x-Abweichung . . . . .	34
4.7	x-Verschiebung innerhalb eines Pixels bei Gain 5, absolute z-Abweichung - links in Mikrometer, rechts in Pixeln . . . . .	35
4.8	x-Verschiebung um $400\mu\text{m}$ bei Gain 5, gefittete absolute z-Abweichung	36
4.9	absoluter Fehler in der Positionsbestimmung bei der Verschiebung der kleinen Kugel um $175\mu\text{m}$ . . . . .	37
4.10	x-Verschiebung innerhalb eines Pixels bei Gain 1 - links in Mikrome- ter, rechts in Pixeln . . . . .	38
4.11	z-Verschiebung innerhalb eines Pixels bei Gain 1 - links in Mikrome- ter, rechts in Pixeln . . . . .	38
4.12	x-Verschiebung um $400\mu\text{m}$ bei Gain 1, gefittete absolute z-Abweichung	39
4.13	x-Verschiebung innerhalb eines Pixels in $20\mu\text{m}$ Schritten bei der fest- geschraubten Kugel $d=39,9\text{mm}$ , absolute x-Abweichung . . . . .	40
4.14	Fehler in der Positionsbestimmung bei künstlich erzeugten Bildern . .	41
5.1	Versuchsaufbau für die Fallexperimente . . . . .	43
5.2	Graphische Darstellung bei einer Messung mit $f=2000$ , Gain 5, Kugel $d = 30\text{ mm}$ . . . . .	45
5.3	Graphische Darstellung bei einer Messung mit $f = 4000\text{ fps}$ , Gain 15, Kugel $d = 30\text{ mm}$ . . . . .	47
5.4	Graphische Darstellung einer Messung mit $f = 4000\text{ fps}$ , Gain 15, Kugel $d = 40\text{ mm}$ . . . . .	48

# 1 Einleitung

Im Deutschen Zentrum für Luft- und Raumfahrt (DLR) in Göttingen werden im Hochenthalpiekanal Göttingen (HEG) Modelle in Überschallströmungen unter anderem unter Wiedereintrittsbedingungen in die Atmosphäre getestet. Bei diesem Kanal handelt es sich um den größten Stoßwellenkanal in Europa, bis vor ein paar Jahren war es sogar der größte der Welt. Die angreifenden Kräfte und Wärmeübergänge werden dabei gemessen. Die Probleme bei der Kraftmessung sind unter anderem, dass die Modelle befestigt bzw. aufgehängt werden müssen, diese Befestigungen und auch die Beschleunigungssensoren am Modell stören die Umströmung. Nun soll erstmalig im Rahmen der EXOMARS-Kampagne ein kapselförmiges Modell im Kanal frei fliegen und mithilfe eines optischen Aufnahmesystems die wirkende Beschleunigung ermittelt werden.

EXOMARS ist eine Mission der Europäischen Weltraumorganisation (ESA), welche im Jahr 2013 starten soll. Dabei soll mit einer Kapsel ein Rover zum Mars gebracht werden, welcher nach Spuren von Leben suchen soll.

Damit die Kapsel mit dem Rover auch auf der Marsoberfläche landet und nicht vorher verglüht, werden die auf sie wirkenden Kräfte im HEG simuliert und gemessen. Dies geschieht mit einer Hochgeschwindigkeitskamera, welche die Bewegung des Modells aufnimmt, und einer Software. Die Software erkennt die Form des Objektes auf den Bildern, aus der Bewegung des Objektes wird dann die Beschleunigung und die daraus resultierende Kraft ermittelt.

Um festzustellen, inwiefern eine Anwendung im HEG möglich ist und wie groß der zu erwartende Fehler in der Objektverfolgung sein wird, sollen in dieser Arbeit die Grenzen der optischen Kraftmesstechnik aufgezeigt werden.

Zunächst werden in zwei Schritten Eigenschaften der Kamera untersucht:

- Charakteristika des CCD-Chips: Hier werden zunächst charakteristische Eigenschaften, wie das Helligkeitsverhalten, und Besonderheiten des CCD-Chips und deren Einflüsse auf die späteren Messungen ermittelt.

## 1 Einleitung

- Genauigkeit der Kamera und des Auswerteverfahrens in der Positionsbestimmung (“Statische Messung”): Durch Aufnahmen eines unbewegten Objektes, welches nach jeder Aufnahme um nur wenige  $\mu m$  verschoben wird, sollen die Grenzen in der Auflösung sowie die Genauigkeit der Positionsbestimmung ermittelt werden.

Um Bedingungen zu simulieren, die denen im HEG ähnlich sind (Beleuchtung, Aufnahmedauer, Maximalbewegung des Objektes), werden schließlich Experimente mit einer fallenden Kugel durchgeführt. Die Beschleunigung im HEG ist während der Messzeit annähernd konstant. Die Erdbeschleunigung ist in hinreichender Genauigkeit bekannt. Daher bietet es sich an, das optische Messsystem für beschleunigte Bewegungen mit einer Fallbewegung zu testen.

Das Ziel dieser Arbeit ist es also, die Genauigkeit und damit die Anwendbarkeit der Kraftmessung mithilfe der optischen Objektverfolgung für den HEG und hiermit auch für die EXOMARS-Kampagne zu testen.

## 2 Theoretische Grundlagen

### 2.1 Optisches Aufnahmesystem

Die Bewegung der Kugel wird mithilfe der Hochgeschwindigkeitskamera HPV-1 der Firma SHIMADZU aufgenommen. Die Kamera besitzt einen CCD-Chip mit einer Auflösung von 10bit in einem Farakanal (grau), was 1024 Intensitätsabstufungen entspricht. (0=schwarz bis 1023=weiß).

#### 2.1.1 CCD-Chip

CCD steht für *charged-coupled device*. Der Chip besteht aus einer Matrix mit lichtempfindlichen Fotodioden, bei denen, aufgrund des photoelektrischen Effekts, auftreffende Photonen Elektronen freisetzen. Das ausgegebene Signal ist proportional zur eingestrahnten Lichtmenge. Diese CCD-Sensormatrix bezeichnet man auch als CCD-Flächensensor (Es gibt auch CCD-Liniensensoren, dabei handelt es sich nicht um eine Matrix, sondern um eine einzige CCD-Sensorzeile). Die Ladungen werden zunächst, während der Belichtung, in einem Potentialtopf, welcher als Pixel bezeichnet wird, gesammelt und am Ende zum Ausleseverstärker verschoben, wo sie nacheinander seriell ausgelesen werden [3, 10].

Ein Problem bei CCDs ist das so genannte *Blooming*. Dabei handelt es sich um Überbelichtung. Ist ein Pixel "voll", verteilt sich die restliche Ladung auf die Nachbarpixel. Weitere Informationen zum Blooming findet man unter: [6, 10].

Je größer ein Pixel, desto mehr Licht kann es aufnehmen im folgedessen steigt die Lichtempfindlichkeit. Allerdings wird mit zunehmender Größe die Auflösung geringer. Das Signal-Rausch-Verhältnis ist bei einem größeren Chip allerdings besser.

Der Vorteil von CCDs gegenüber CMOS ist, dass sie sehr lichtempfindlich sind. Zudem haben sie ein breites Spektrum, vom sichtbaren Licht bis zum infraroten Bereich, dies hat eine breit gefächerte Verwendbarkeit zur Folge, im Gegensatz zu den günstigeren und qualitativ bezüglich der Bilder minderwertigeren CMOS-Chips [2].

### Bestimmung von wichtigen CCD-Parametern

Da es sich bei einem CCD-Chip um einen Halbleiter handelt, fließen nicht nur Ladungen, sobald ein Photon auf den Chip trifft, sondern die Elektronen und Löcher können aufgrund der thermischen Bewegungen ohne das Zutun eines Photons durch die Sperrschicht diffundieren. Diese Ladungen werden als “Dunkelladungen” bezeichnet. Die Dunkelladung ist proportional zu Belichtungszeit und zeigt abfallendes logarithmisches Verhalten bei Kühlung des Chips [6].

**Dunkelstrom** Das Dunkelladungsverhalten eines CCD-Chips wird im Allgemeinen als **Dunkelstrom (Dark Current)** bezeichnet. Diese Zahl gibt an, wie viele Elektronen pro Pixel und Zeiteinheit bei einer bestimmten Chip-Temperatur entstehen. Der Dunkelstrom ist von Chip zu Chip verschieden. Er ist im Allgemeinen umso höher, je größer die einzelnen Pixel sind [4, 6].

Um den Dunkelstrom zu messen, nimmt man die Bildsequenzen bei geschlossenem Objektiv und verschiedenen Belichtungszeiten auf.

Gäbe es den Dunkelstrom nicht, wäre zu erwarten, dass bei geschlossenem Objektiv alle Pixel den Wert “0” haben. Der Dunkelstrom lässt sich also über den Helligkeitswert der Pixel quantifizieren, indem aus allen Pixeln die Helligkeit für das gesamte Bild gemittelt wird.

Nun gibt es weiterhin Pixel, deren Ladung nicht proportional zum eingestrahnten Licht ist, diese erscheinen heller als die anderen Pixel und werden deshalb **Hot-pixel** genannt. Deren Anzahl ist ebenfalls temperaturabhängig, sie werden in der Regel zusammen mit dem Dunkelstrom gemessen. In dieser Arbeit gilt ein Pixel als Hotpixel, sobald sein Mittelwert drei Standardabweichungen oberhalb des Mittelwertes aller Pixel liegt (vgl. Göhring[4], S.61f).

Zusätzlich gibt es das so genannte **Fixmuster-Rauschen** bzw. **Fixed-Pattern-Noise (FPN)**. Dieses wird ebenfalls mit dem Dunkelstrom zusammen aufgenommen und ist ein festes Pixel Offset. Dieses ist ebenfalls abhängig von der Temperatur, der Belichtungszeit und dem Verstärkungsfaktor (Gain). Man kann es wie folgt berechnen [15]:

$$FPN = \frac{\sigma}{\text{Maximalwert}} \quad (2.1)$$

Bei  $\sigma$  handelt es sich um die Standardabweichung bei der Pixelhelligkeitsberechnung, der Maximalwert ist der hellste Wert, der möglich ist. Bei dem Chip der HPV-1 Ka-

mera handelt es sich um einen 10 Bit Chip, das heißt der Maximalwert hier ist 1023.

### 2.1.2 HPV-1 Kamera

Bei der Kamera handelt es sich um eine Hochgeschwindigkeitskamera, die maximal eine Million Bilder pro Sekunde aufnehmen kann. Die wichtigsten Daten sind in **Tabelle 2.1** aufgeführt.

Chip	CCD-Sensor
Auflösung	312 (horizontal) x 260 (vertikal) Pixel
Farbe, Abstufung	Monochrom, 10bit
Aufnahmegeschwindigkeit	1 Mfps, 500 kfps, 250 kfps, 125 kfps, 63 kfps, 32 kfps, 16 kfps, 8 kfps, 4 kfps, 2 kfps, 1 kfps, 500 fps, 250 fps, 125 fps, 63 fps, 30 fps
Gespeicherte Bilder	102
Belichtungsfaktor	1/2, 1/4, 1/8
Verstärkungsfaktor (Gain)	1, 1.5, 2, 3, 5, 7, 10, 15, 20, 30, 50
interne Kühlung	5°C- 20°C

Tab. 2.1: Wichtige Kameraparameter ([18])

Der Kameraaufbau besteht aus dem Kamerakopf und der Kontrolleinheit (Computer). Die Kamera wird mithilfe einer Software gesteuert, mit der man alle wichtigen Parameter (Frequenz, Belichtungsfaktor, ...) einstellen kann. Zusätzlich zum internen Modus, bei dem die Kamera mit der Aufnahme beginnt, sobald man im Programm den "REC" Knopf betätigt, kann man die Kamera auch mithilfe eines externen Triggers starten lassen.

Die Belichtungszeit berechnet sich aus:

$$t_B = \frac{\text{Belichtungsfaktor}}{\text{Frequenz}} \quad (2.2)$$

### 2.1.3 Verwendetes Objektiv

Verwendet wird ein Objektiv der Firma NIKON des Typs "AF Zoom-Nikkor". Es hat eine Brennweite von 28 - 100 mm, die kürzeste Aufnahmedistanz beträgt 0,56 m. Die Blendendaten sind f/3,5-5,6. [12]

### 2.1.4 Ulbrichtkugel

Zur Kalibrierung der Kamera wird eine Ulbrichtkugel der Firma TECHNOTEAM BILDVERARBEITUNG GMBH benutzt (siehe **Abbildung 3.1**). Bei einer Ulbrichtkugel handelt es sich um eine homogene Lichtquelle. Man speist an 4 Stellen Licht in die Kugel ein, dieses wird im Inneren vielfach reflektiert und tritt dann als homogenes diffuses Licht gemäß dem LAMBERTSches Gesetzes aus der Austrittsöffnung aus. Eine LAMBERTSche Fläche ist eine Fläche, deren Leuchtdichte vom Betrachtungswinkel unabhängig ist. Ziel ist es, mithilfe dieses Lichtes den CCD-Chip vollständig auszuleuchten, um sein Helligkeitsverhalten zu bestimmen.

### 2.1.5 Diffusorplatte

Die verwendete Diffusorplatte der Firma LASER2000 hat die Maße 133x133mm und ist 0,18mm dick. Bei dem Material handelt es sich um "Spektralon". Es hat viele Lufteinschlüsse, daher verhält es sich bezüglich der Lichtstreuung nicht wie ein gewöhnlicher Festkörper. Spektralon hat aufgrund der geringen Dicke ein hohes Transmissionsvermögen und zeigt bei Durchlicht keinerlei Strukturen im Gegensatz zum Beispiel zu Papier.

## 2.2 Theorie zu den Experimenten

### 2.2.1 Fallexperimente - konstante Beschleunigung

Der HEG ist ein Stoßwellenkanal, in dem Hyperschallströmungen realisiert werden können. Er besteht aus einem Druckspeicher, einem Kompressionsrohr, dem Stoßrohr, der Düse und der Messstrecke. Ein ca. 300 - 800 kg schwerer Kolben wird mithilfe von komprimiertem Gas durch das Kompressionsrohr auf nahezu Schallgeschwindigkeit beschleunigt. Durch diese Bewegung wird das davorliegende Treibgas adiabatisch komprimiert, was zu einem Druck- und Temperaturanstieg führt. Aufgrund des hohen Drucks platzt die Membran zwischen Kompressions- und Stoßrohr und setzt dadurch eine Stoßwelle in Gang, die zunächst an der Sekundärmembran am Ende des Stoßrohrs reflektiert wird. Vor der Sekundärmembran befindet sich ein Testgas in einem hohen Energieniveau, welches sich durch diesen Vorgang auf bis zu 10.000 K erhitzt, dass die Sekundärmembran schmilzt und das Testgas durch die Düse in die Messstrecke gelangt und dort das Modell mit bis zu  $M = 8$  um-



strömt. Aufgrund des nachströmenden Treibgases beträgt die Messdauer nur ein paar Millisekunden. In der Messstrecke erreicht die Strömung eine annähernd konstante Beschleunigung aufgrund des kurzzeitigen annähernd konstanten Druckes. Weitere Kenndaten für den HEG sind in **Tabelle 2.2** aufgeführt [5]. Ebenso später bei dem Modell für die EXOMARS-Kampagne. Da es frei aufgehängt wird, wird es am Staupunkt durch die Strömung konstant beschleunigt. Mithilfe der optischen Kraftmesstechnik soll dann auf diese Beschleunigung und somit die angreifende Kraft rückgeschlossen werden.

Zunächst wird hier beschrieben, was mit dem EXOMARS-Modell im HEG passiert: Eine schematische Darstellung des Stoßes befindet sich in **Abbildung 2.1**.

Druckbereich am Staupunkt	0,5 - 10	bar
Typischer Durchmesser von Modellen	20 - 200	mm
Typisches Gewicht	1 - 10	kg
Typische Messdauer	0,5 - 3	ms

Tab. 2.2: Typische Werte bei der Messung im HEG

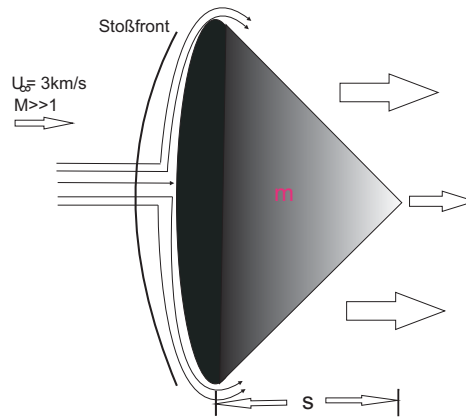


Abb. 2.1: Schema des EXOMARS-Modells im HEG

Die zurückgelegte Strecke berechnet man wie folgt, unter der Annahme, dass über den gesamten Zeitraum eine konstante Beschleunigung  $a$  vorliegt:

$$s = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + s_0 \quad (2.3)$$

## 2 Theoretische Grundlagen

Mit  $v_0 = s_0 = 0$  gilt:

$$s = \frac{1}{2}at^2 \quad (2.4)$$

Mit  $F = ma$  und dem Druck am Staupunkt  $p = \frac{F}{A}$  ergibt sich:

$$p = \frac{F}{A} = \frac{ma}{A} \quad (2.5)$$

Da man für das Modell eine kreisförmige Angriffsfläche annehmen kann (siehe **Abbildung 2.1**), gilt:

$$A = \pi r^2$$

Formt man nun **Gleichung 2.5** nach  $a$  um und setzt sie in **Gleichung 2.4** ein, erhält man als Formel für die zurückgelegte Strecke des Modells im HEG:

$$s = \frac{1}{2} \frac{p\pi r^2}{m} t^2 \quad (2.6)$$

**Gleichung 2.6** ist in **Abbildung 2.2** für ein 10 kg schweres Modell in Abhängigkeit von seinem Radius und dem ausgeübten Druck am Staupunkt aufgetragen. Zu erkennen ist der zu erwartende Zusammenhang, aus **Gleichung 2.6**: ein leichteres Modell fliegt weiter als ein schweres Modell, ebenso sorgt eine größere Angriffsfläche für einen weiteren Flug.

Um nun Experimente zu realisieren, welche ähnliche Bedingungen wie das EXO-MARS-Experiment im HEG haben, also eine annähernd konstante Beschleunigung während der Messzeit, ähnliche Aufnahmezeiten, Gesamtbewegungen des Modells, werden für diese Arbeit Fallexperimente mit zwei verschiedenen großen Kugeln durchgeführt. Auf sie wirkt die Erdbeschleunigung als konstante Beschleunigung.

Bei einer fallenden Kugel gilt ebenfalls ebenfalls **Gleichung 2.4**, diesmal mit  $a = g$  und  $s = h$  mit  $h$  als die Höhe, aus der die Kugel losgelassen wird. Mit Messung von  $h$  und  $t$  lässt sich mithilfe der Kamera der Wert für  $g$  bestimmen. Da der theoretische Wert bekannt ist, lässt sich so der Fehler bestimmen.

Um nun zu überprüfen, ob der Luftwiderstand bei der Fallbewegung zu vernachlässigen ist, wird das Gesetz für den Stokes'schen Widerstand verwendet:

$$F = 6\pi r\eta v \quad (2.7)$$

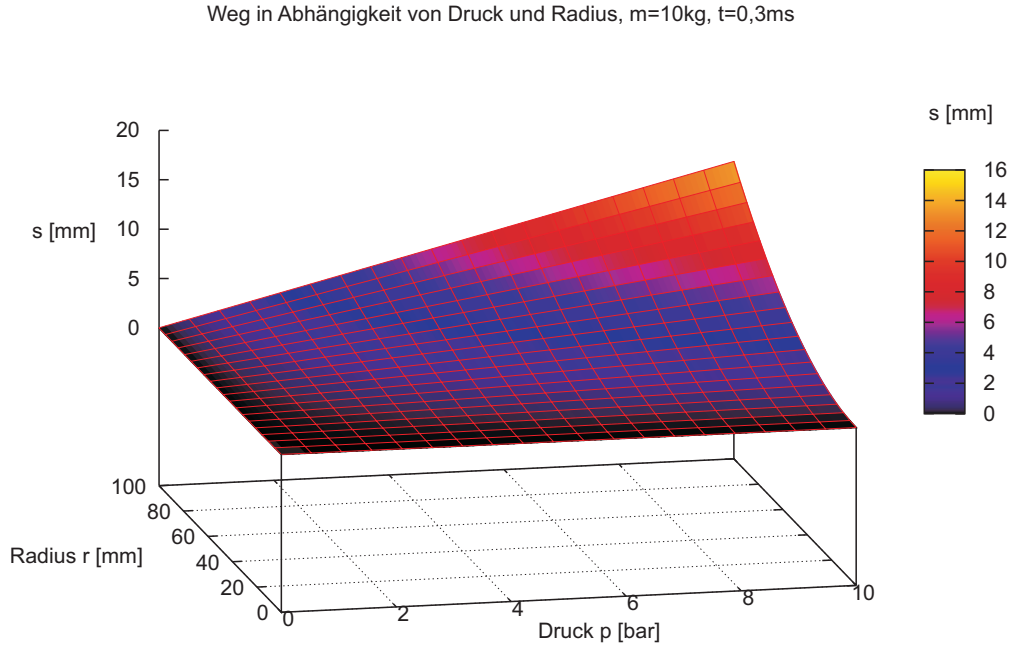


Abb. 2.2: 3D-Darstellung der zurückgelegten Strecke des EXOMARS-Modells im HEG in Abhängigkeit vom Radius und vom Staupunktdruck

Bei einer Aufnahme­frequenz mit  $f = 2000 \text{ fps}$  beträgt die Aufnahme­dauer pro Bild  $t = 1/2000 \text{ s} = 0.5 \text{ ms}$ , mit der theoretischen Erdbeschleunigung von  $g \approx 9.81 \text{ m/s}^2$  lässt sich so die zu erwartende Gesamt­fall­strecke über die 101 Bilder, die Durchschnitts­geschwindigkeit pro Bild und die zurück­gelegte Strecke pro Bild berechnen. Diese sind in **Tabelle 2.3** aufgeführt.

In **Abbildung 2.3** ist die theoretisch zu erwartende  $y$ - $t$ -Trajektorie und die Fall­strecke pro Einzel­bild der Kugel bei einer Aufnahme­frequenz von  $f = 2000 \text{ fps}$  aufgetragen.

So ergibt sich eine Maximal­geschwindigkeit  $v = 0,493 \text{ m/s}$ . Bei  $20^\circ\text{C}$  Raumtemperatur gilt  $\eta \approx 18 \mu\text{Pas}$ , die Radien der Kugeln sind  $r_1 = 15 \text{ mm}$  und  $r_2 = 20 \text{ mm}$ . Die Luft­widerstände der beiden benutzten Kugeln bei einer Aufnahme­frequenz von

## 2 Theoretische Grundlagen

$f = 2000$  fps nach 101 Bildern sind nun:

$$F_1 = 2.51 \cdot 10^{-6} \text{ N}$$

$$F_2 = 3.35 \cdot 10^{-6} \text{ N}$$

im Vergleich zu ihrem Gewicht von ca. 1 N also zu vernachlässigen.

Frequenz [fps]	2000	4000
Gesamtzeit [ms]	50,5	25,25
Gesamtstrecke [cm]	1,251	0,313
Endgeschwindigkeit [m/s]	0.493	0,247

Tab. 2.3: Theoretisch zu erwartende Parameter der Fallbewegung

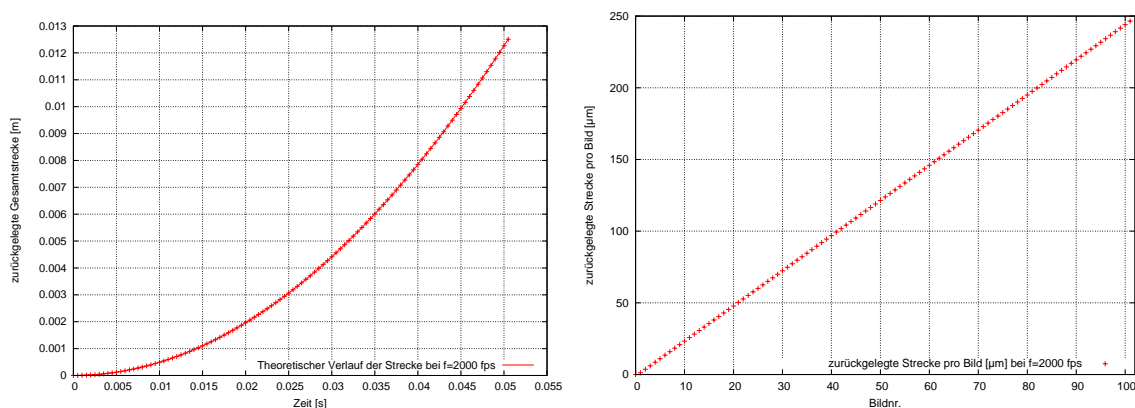


Abb. 2.3: Theoretisch zu erwartende gesamte Fallstrecke der Kugel (links), und Fallstrecke pro Einzelbild der Kugel (rechts) bei  $f = 2000$  fps

### 2.2.2 Theoretischer Wert der Erdbeschleunigung in Göttingen

Um möglichst genaue Aussagen über die auftretenden Fehler machen zu können, ist es nötig, den genauen Wert der Erdbeschleunigung am Ort der Messung zu kennen. Dazu gibt es zwei verschiedene Methoden: Das Gravitationskonzept nach WELMEC für eichpflichtige Waagen wurde im Jahr 2000 von der WELMEC Arbeitsgruppe entwickelt, um Gravitationszonen zu bestimmen, welche politisch und verwaltungstechnisch unabhängig sind. [17]

Eine Gravitationszone ist als der Streifen definiert, welcher von einem südlichen und

einem nördlichen Breitengrad ( $\varphi_1$  und  $\varphi_2$ ), sowie durch eine untere und obere Höhengrenze über dem Meeresspiegel ( $h_1$  und  $h_2$ ) eingegrenzt wird.

Die Fallbeschleunigung bezieht sich dann auf die mittlere geographische Breite  $\varphi_m$  und eine mittlere Höhe über den Meeresspiegel  $h_m$  und lässt sich mithilfe der folgenden Formel bestimmen:

$$g = 9,780318(1 + 0,0053024 \sin^2(\varphi_m) - 0,0000058 \sin^2(2\varphi_m)) - 0,000003085 \cdot h_m \quad (2.8)$$

Da hier der Wert für  $g$  möglichst genau sein soll, wird keine Gravitationszone bestimmt, sondern der Wert direkt am Ort der Messung. Die Koordinaten werden mithilfe eines GPS-Empfängers (Navigationsgerät TomTom) ermittelt und sind für das Deutsche Zentrum für Luft- und Raumfahrt vor Haus 13.3:

51,52709°N, 9,92935°O

Für die Formel nach WELMEC wird allerdings nur der Breitengrad benötigt. Die Höhe über NN ist für Göttingen mit ca. 150 m angegeben. Da sich eine Höhendifferenz von beispielsweise 50 m erst auf die fünfte Nachkommastelle auswirkt, genügt diese Angabe.

So ergibt sich mit **Gleichung 2.8** für die Erdbeschleunigung in Göttingen:

$$g \approx 9,8116 \text{ m/s}^2$$

Allerdings wird dieser Wert ohne Fehler angegeben.

Eine andere Methode ist das **Schwere-Informationssystem (SIS)** der Physikalisch Technischen Bundesanstalt (PTB) [14]. Dieses ist eine Java Applikation, welche auf der Website der PTB zur Verfügung gestellt wird. Als Koordinaten wurden die Werte des Navigationsgerätes eingegeben, die Höhe über NN hat das System selbstständig ermittelt. Bereits ab der vierten Nachkommastelle ist der Wert fehlerbehaftet, und die Rechnung basiert auf 152 Punkten, was sie genauer macht als die WELMEC Formel. Nach dem SIS erhält man für die Schwerebeschleunigung:

$$g \approx 9,81164 \pm 0,00004 \text{ m/s}^2$$

Für die Vergleiche mit den Messwerten wird der Wert  $g = 9,8116 \text{ m/s}^2$  verwendet.

### 2.2.3 Erwarteter Fehler der Beschleunigung

Geht man davon aus, dass die Beschleunigung über einen gewissen Zeitraum konstant ist - bei einem HEG Experiment ist sie das über einen kurzen Zeitraum, bei den Fallexperimenten ist die Erdbeschleunigung zu jedem Zeitpunkt konstant - dann kann man aus dem bekannten Fehler des Ortes bzw. der Verschiebung des Objektes den zu erwartenden Fehler in der Beschleunigung bestimmen. Für die zurückgelegte Strecke bei einer beschleunigten Bewegung gilt:

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

bzw. in vektorieller Schreibweise für mehrere Einzelexperimente:

$$\hat{s} = \begin{pmatrix} s_1 \\ s_2 \\ \vdots \\ s_n \end{pmatrix} = s_0 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix} + v_0 \begin{pmatrix} t_1 \\ t_2 \\ \vdots \\ t_n \end{pmatrix} + \frac{1}{2} a \begin{pmatrix} t_1^2 \\ t_2^2 \\ \vdots \\ t_n^2 \end{pmatrix} \quad (2.9)$$

Dies lässt sich wie folgt umschreiben:

$$\hat{s} = \boldsymbol{\tau} \begin{pmatrix} s_0 \\ v_0 \\ \frac{1}{2} a \end{pmatrix} \quad (2.10)$$

mit

$$\boldsymbol{\tau} = \begin{pmatrix} 1 & t_1 & t_1^2 \\ 1 & t_2 & t_2^2 \\ \dots & \dots & \dots \\ 1 & t_n & t_n^2 \end{pmatrix}$$

Nach einer bisher unveröffentlichten Arbeit von Laurence [9] ergibt sich nun für den Fehler  $S(a)$  der Beschleunigung, wobei  $S$  definiert ist als die Summe der Residuenquadrate beim besten Fit der Bewegungsgleichung 2.10. (Herleitung siehe Meyer [19])

$$\frac{S(a)}{a} = 2 \frac{\hat{\sigma}}{a} \sqrt{(\boldsymbol{\tau}^T \boldsymbol{\tau})_{3,3}^{-1}} \quad (2.11)$$

## 2.3 Die Funktionsweise der Bildverarbeitungssoftware zur Auswertung der Messdaten

mit  $\hat{\sigma} = \sigma_x \sqrt{(n-1)/(n-3)}$  und  $d = a \frac{\Delta t^2}{2}$  die zurückgelegte Distanz, wobei  $\Delta t = t_i - t_1$  und  $\sigma_x$  der Fehler in der Verschiebung des Objektes ist.  $n$  sind die Anzahl der Messwerte. Setzt man diese Zusammenhänge in die obige Gleichung ein, so gilt:

$$\frac{S(a)}{a} = \sqrt{\frac{n-1}{n-3}} \frac{\sigma_x}{d} \left[ \Delta t^2 \sqrt{(\tau^T \tau)_{3,3}^{-1}} \right] \quad (2.12)$$

Dabei handelt es sich bei  $(\tau^T \tau)_{3,3}^{-1}$  um das Inverse einer  $3 \times 3$  Matrix, von der das 3. Diagonalelement benutzt wird. Nach der Berechnung desselben ergibt sich:

$$\frac{S(a)}{a} = \frac{\sigma_x}{d} \sqrt{\frac{180(n-1)^4}{n(n-3)(n-2)(n+1)(n+2)}} \quad (2.13)$$

## 2.3 Die Funktionsweise der Bildverarbeitungssoftware zur Auswertung der Messdaten

Für das Programm zur Auswertung der Kugelbewegungen, welches von S. Laurence im Rahmen seiner Doktorarbeit zur Objektverfolgung entwickelt worden ist [8], wird die Programmiersprache “MATLAB” verwendet. Dieses beinhaltet eine Funktion namens “edge”, welche für die Kantendetektion zuständig ist. Diese Funktion benutzt den so genannten “Canny Edge Detector”. Die Software wird dafür eingesetzt, die Kanten der Kugel und anschließend ihre Position im Bild zu finden, diese Position soll mit der wahren Position im Experiment übereinstimmen.

### 2.3.1 Der Canny Edge Detector

Der Informatiker John F. Canny hat im Jahr 1986 den “Canny Edge Detector” [1] entwickelt. Seine drei Grundkriterien waren:

- Eine niedrige Fehlerrate: Möglichst alle Kanten finden.
- Gut lokalisierte Kanten: Der Abstand zwischen der gefundenen Kante und der wirklichen Kante sollte minimal sein.
- Eine einzige Detektorantwort pro Kante: Der Detektor soll nur einen Punkt pro Kantenpunkt zurückgeben, d.h. nicht mehrere Kanten identifizieren, wo nur eine ist.

Canny entwickelte daraus einen vierstufigen Algorithmus, der genau das erfüllt:

1. Glättung des Bildes mit einem Filter basierend auf der ersten Ableitung der Gaussfunktion: So soll zunächst das Rauschen reduziert und alle Kanten gefunden werden.
2. Man bestimmt die Intensitätsgradienten  $g_x$  in x- und  $g_y$  in y-Richtung, indem einfache Gradientenoperatoren  $G_x = [-1 \ 0 \ 1]$  und  $G_y = [-1 \ 0 \ 1]$  verwendet werden. Zuerst wird der Betrag  $M(x, y) = \sqrt{g_x^2 + g_y^2}$  jedes Pixels berechnet. Um nun die Richtung der Kante zu bestimmen, berechnet man den Winkel  $\alpha = \arctan\left(\frac{g_x}{g_y}\right)$ . Ein Pixel hat genau acht Nachbarn, das heißt nur die Werte  $0^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $90^\circ$  und  $135^\circ$  sind möglich ( $0^\circ$  sind “unten” wenn man sich einen Kreis vorstellt).  $\alpha$  wird also auf den Wert gerundet, der einer der vier Richtungen am nächsten ist.
3. Der nächste Schritt nennt sich “Non-maximum suppression”. Da jede Kante nicht breiter als ein Pixel sein soll, sollen bloß die Maxima entlang der Kante übrig bleiben. Dazu wird der Betrag jedes Pixels mit dem seiner acht Nachbarn verglichen, kein Pixel darf eine höhere Intensität haben, außer denen, welche in der ausgewiesenen Kantenrichtung liegen. Die Grauwerte der anderen Nachbarpixel werden dann gleich Null gesetzt.
4. Der letzte Punkt ist das so genannte “Hysteresis thresholding”. Dabei handelt es sich um ein Ausschlusskriterium, ab wann ein Pixel zu einer Kante gehört. Man setzt sowohl eine hohe  $T_H$  und eine niedrige Grenze  $T_N$  (Threshold), Canny empfiehlt das Verhältnis von der hohen zur niedrigen Grenze auf zwei oder drei zu eins zu legen. Zunächst durchsucht man das Bild nach einem Pixel, welches einen höheren Wert als  $T_H$  hat, dieser Kante folgt man zu beiden Seiten und alle Pixel, welche eine höhere Intensität als  $T_N$  haben, werden als Kante markiert. Alle anderen Pixel werden gleich Null gesetzt.

[7, 16]

### 2.3.2 Subpixelkantenroutine

In dieser Arbeit geht es darum, Objekte möglichst genau zu verfolgen. Da reicht es nicht aus, die Kante auf einen Pixel genau zu bestimmen. Ist eine Kante gefunden,



wird diese nach dem Canny Edge Detector geglättet. Doch bevor ein Punkt endgültig als Maximum der Kante definiert wird, greift die Subpixelroutine: Es wird die erste Ableitung der Intensitätsverteilung der Kante gebildet. Das Maximum der ersten Ableitung ist im Normalfall schon die Kante. Nun wird aber noch als weiterer Schritt eine quadratische Polynomfunktion an die Werte gefittet und das Maximum dieser Funktion wird als das Intensitätsmaximum der Kante definiert. Der Unterschied  $\delta x$  zwischen den Maxima wird im Bild auf die Kante in die jeweilige Richtung hinaufaddiert [13]. Als Beispiel: Die Kante wird bei Pixel 100 in horizontaler x-Richtung (Winkel  $90^\circ$ ) detektiert,  $\delta x = 0.2$  zwischen den beiden Maxima ist, dann liegt die Kante nicht bei Pixel 100, sondern bei Pixel 100,2. In **Abbildung 2.4** ist die Approximation der ersten Ableitung durch den quadratischen Fit der Polynomfunktion schematisch dargestellt.

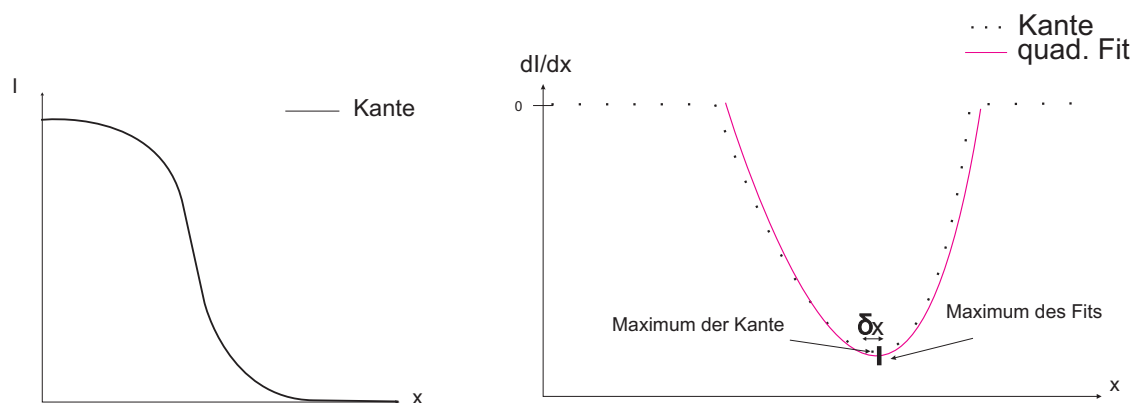


Abb. 2.4: Schematische Erklärung der Subpixelkantendetektion

### 2.3.3 Objektdetektion

Da nun die Kanten der Kugel (bzw. des Kreises in 2D) im Bild gefunden worden sein sollten, geht es darum, dass das Programm wissen soll, dass es sich auch um einen Kreis handelt. Da die Kreisgleichung

$$r_0^2 = (\hat{x} - x_0)^2 + (\hat{y} - y_0)^2 \quad (2.14)$$

## 2 Theoretische Grundlagen

eine nichtlineare Gleichung ist, muss sie auf eine Form wie Gleichung 2.9 zurückgeführt werden. Dies tut man mithilfe einer Substitution ( $\hat{x}$  und  $\hat{y}$  sind Vektoren):

$$\hat{x}^2 - 2\hat{x}x_0 + x_0^2 + \hat{y}^2 - 2\hat{y}y_0 + y_0^2 = r_0^2 \quad (2.15)$$

$$(\hat{x}^2 + \hat{y}^2) = (r_0^2 - x_0^2 - y_0^2) + (2x_0)\hat{x} + (2y_0)\hat{y} \quad (2.16)$$

Jetzt lässt sich mithilfe von speziellen Lösungsverfahren, z.B dem Newton-Iterationsverfahren, dieses überbestimmte Gleichungssystem lösen.

## 3 Kamerakalibrierung

### 3.1 Versuchsaufbau und Durchführung

In diesem Kapitel werden die Experimente zur Bestimmung der charakteristischen Parameter des CCD-Chips der HPV-1 Kamera besprochen. Alle nachfolgenden Messungen werden bei einer Kamertemperatur von  $T = 19^\circ\text{C}$  aufgenommen.

In **Abbildung 3.1** befindet sich der Aufbau zur Kamerakalibrierung.

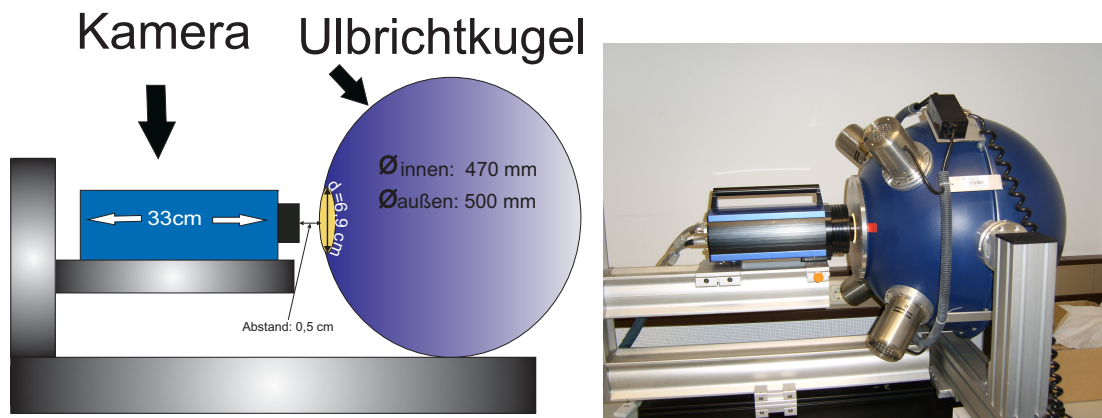


Abb. 3.1: Aufbau der Kamerakalibrierung (schematisch und Foto)

#### 3.1.1 Bestimmung der CCD-Parameter

Zunächst soll das thermische Rauschen/der Dunkelstrom und zugehörige Parameter wie Hotpixel und Fixmuster-Rauschen quantifiziert werden. Dazu werden mehrere Bildsequenzen bei geschlossenem Objektiv bei verschiedenen Belichtungszeiten und Verstärkungsfaktoren aufgenommen.

Um anschließend das Ansprechverhalten des Chips bei Helligkeit zu überprüfen, werden zwei Messungen mit der Ulbrichtkugel durchgeführt:

Bei der ersten Messung werden die Bildsequenzen bei voller Lichtstärke der Ulbrichtkugel ( $16\text{V}$ ,  $L = 1800\text{ lx}$ ) aufgenommen.

Bei der zweiten Messung wird sowohl mit als auch ohne Objektiv gemessen, diesmal wird die Helligkeit der Kugel so eingestellt, dass der Chip gerade nicht gesättigt wird.

## 3.2 Ergebnisse der Kamerakalibrierung

### 3.2.1 Dunkelstrom

Zur Auswertung wird ein Programm benutzt, welches den Grauwert des Pixels von 0 bis 1023 ausliest, diesen über alle Pixel des Bildes mittelt und die Standardabweichung bestimmt. Anschließend wird über die gesamten Bildsequenz der gewichtete Mittelwert und die Standardabweichung bestimmt, sodass der Dunkelstrom in Abhängigkeit von der Belichtungszeit und vom Verstärkungsfaktor aufgetragen werden kann.

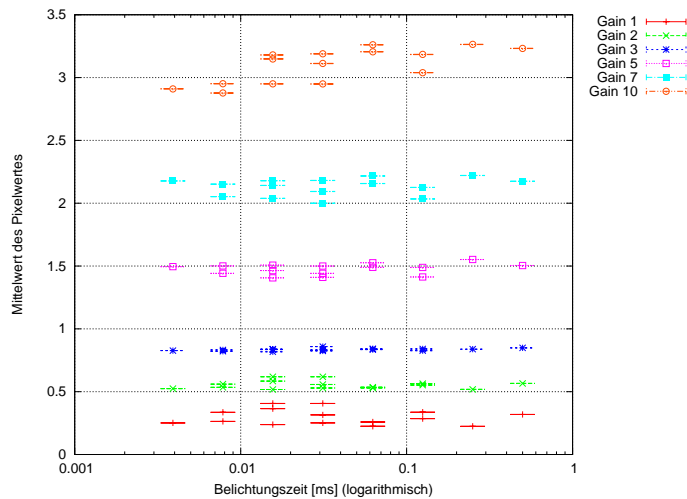


Abb. 3.2: Dunkelstrom in Abhängigkeit von der Belichtungszeit und vom Verstärkungsfaktor

Gemessen wurde der Dunkelstrom für die Frequenzen  $f = 1; 4; 8; 16; 32$  kfps, die Belichtungs faktoren  $1/2, 1/4$  und  $1/8$ , sowie die Verstärkungsfaktoren 1,2,3,5,7 und 10. Die Belichtungszeiten berechnet man nach **Formel 2.2**.

In **Abbildung 3.2** ist der gemessene Dunkelstrom für die Belichtungszeiten und Verstärkungsfaktoren aufgetragen. Zu erkennen ist, dass sich der Dunkelstrom bei Erhöhung der Belichtungszeit nicht ändert, wohl aber bei Erhöhung des Verstär-

kungsfaktors. Bildet man den gewichteten Mittelwert über die Dunkelströme pro Verstärkungsfaktor, stellt man fest, dass diese ziemlich genau um den Faktor des Verstärkungsfaktors größer sind. Der Verstärkungsfaktor und der Dunkelstrom sind also proportional. In **Tabelle 3.1** sind die Dunkelströme für die einzelnen Verstärkungsfaktoren aufgeführt.

VF	Intensität
1	$0,283 \pm 0,015$
2	$0,550 \pm 0,008$
3	$0,834 \pm 0,003$
5	$1,476 \pm 0,011$
7	$2,129 \pm 0,018$
10	$3,095 \pm 0,035$

Tab. 3.1: Gewichtete Mittelwerte der Dunkelwerte bei verschiedenen Verstärkungsfaktoren

Ebenfalls zu bemerken ist, dass ein Grauwert von 3 bei Verstärkungsfaktor 10 in einem Bereich bis 1023 gerade einmal 0,3% des Gesamtwertes ausmacht. Der Dunkelstrom der Kamera ist also zu vernachlässigen. Dennoch wird der Grauwert der Dunkelstrommessung bei jeder Belichtungszeit und bei jedem Verstärkungsfaktor von den Intensitätswerten der nachfolgenden Helligkeitsmessungen abgezogen, um möglichst genaue Aussagen treffen zu können.

## Hotpixel

In der Theorie wurde bereits ein Pixel als ein Hotpixel definiert, dessen Grauwert drei Standardabweichungen oberhalb des Gesamtmittelwertes aller Pixel des Bildes liegt. In **Abbildung 3.3** ist die Anzahl der Hotpixel in Abhängigkeit von der Belichtungszeit aufgetragen.

In **Tabelle 2.1** waren die Charakteristika der Kamera aufgeführt, insgesamt hat die Kamera  $312 \times 260 = 81120$  Pixel. Das bedeutet, dass bereits ab Verstärkungsfaktor 3 mehr als die Hälfte aller Pixel "hot" sind. Dabei darf man aber nicht die Ergebnisse des vorangehenden Kapitels vernachlässigen, die Hotpixel werden gemeinsam mit dem Dunkelstrom gemessen. Dieser war selbst bei Verstärkung 10 noch nicht wirklich nennenswert.

### 3 Kamerakalibrierung

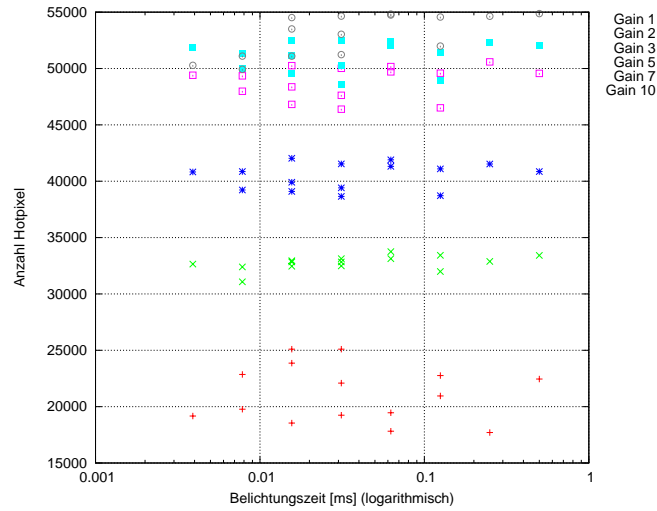


Abb. 3.3: Anzahl der Hotpixel bei der HPV-1 Kamera in Abhängigkeit vom Verstärkungsfaktor

#### Fixmuster-Rauschen

Nach **Formel 2.1** wurde das Fixmuster-Rauschen bestimmt und in **Abbildung 3.4** aufgetragen.

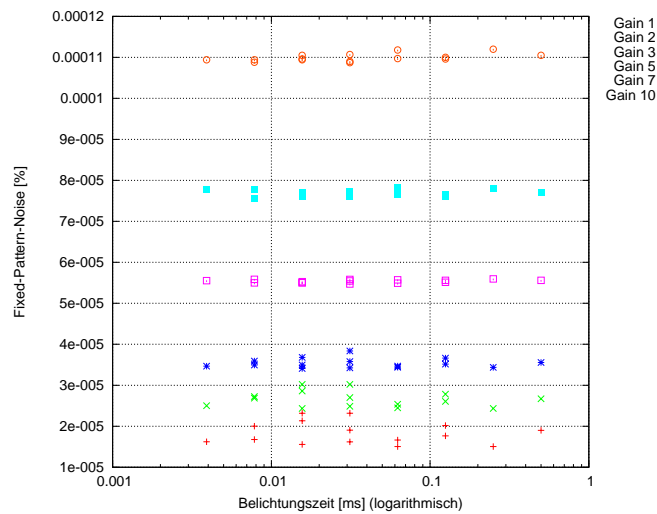


Abb. 3.4: Prozentualer Anteil des Fixmuster-Rauschens abhängig vom Gain und von der Belichtungszeit

Das Rauschen zeigt auch hier eine Unabhängigkeit von der Belichtungszeit, steigt aber wieder mit dem Verstärkungsfaktor an, wie zu erwarten. Das Rauschen ist aber so gering, dass es für die weitere Betrachtung ignoriert werden kann (vgl. [11])

Als Ergebnisse festzuhalten sind: Der Dunkelstrom und damit auch die Hotpixel, sowie das Fixmuster-Rauschen steigen mit der Verstärkung an. Der Dunkelstrom ist sogar direkt proportional zum Verstärkungsfaktor. Die Intensitätswerte sind bei der Dunkelstrombestimmung unabhängig von der Belichtungszeit.

### 3.2.2 Helligkeitsabhängigkeit

#### Maximale Beleuchtung des Chips

Bei dieser Messung werden, genau wie bei der Dunkelstrombestimmung, die Belichtungszeiten und die Verstärkungsfaktoren variiert. Der Chip wird bei voller Beleuchtung der Ulbrichtkugel direkt beleuchtet (ohne Optik), da die Charakteristik des Chips dargelegt werden soll. Bei den Messdaten wurden die Dunkelwerte bereits abgezogen. Gemessen wurden ebenfalls die Frequenzen  $f = 1; 4; 8; 16; 32$  kfps, die Belichtungsfaktoren  $1/2, 1/4$  und  $1/8$ , sowie die Verstärkungsfaktoren  $1, 2, 3, 5, 7$  und  $10$ . In **Abbildung 3.5** sind die Grauwerte, gemittelt über die gesamte Bildsequenz, über die Belichtungszeit für verschieden Verstärkungsfaktoren aufgetragen.

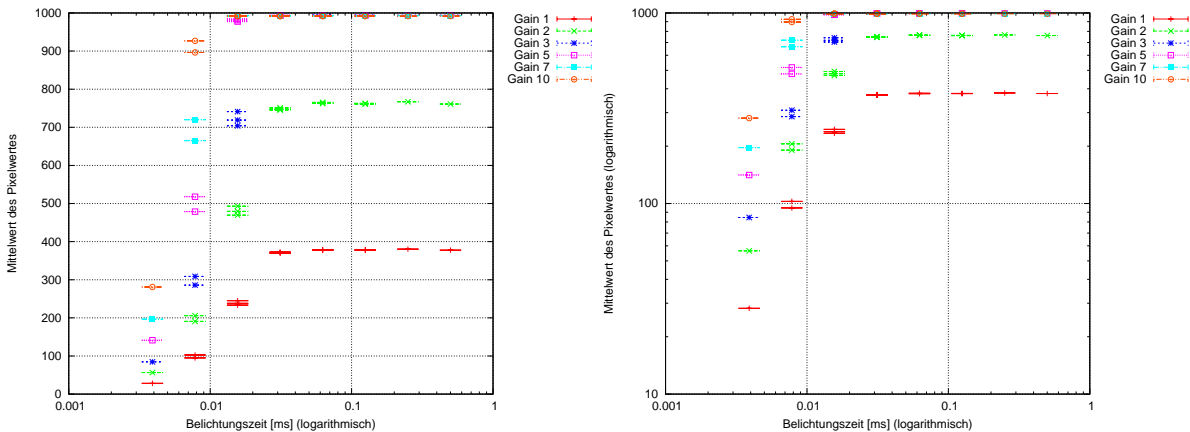


Abb. 3.5: Helligkeitslinearitätsbestimmung: Intensitätswerte bei verschiedenen Verstärkungen aufgetragen über der Belichtungszeit bei maximaler Beleuchtung

Man erkennt sehr gut, dass der Chip sehr schnell gesättigt wird. Aber nicht erst bei einem Grauwert von 1023, wie eigentlich zu erwarten sondern schon bei 400 bei Verstärkungsfaktor 1. Bei Verstärkungsfaktor 2 ist der Chip bei einem Intensitätswert von 760 gesättigt, der Maximalwert bei allen anderen Verstärkungsfaktoren ist 995. Die doppeltlogarithmische Auftragung dient dazu, den Abknickpunkt zur Sättigung

### 3 Kamerakalibrierung

genauer zu identifizieren. Der Bereich vor der Sättigung scheint also linear zu sein, daher werden die Werte gut mit einer linearen Funktion

$$I(t) = b + m \cdot t \quad (3.1)$$

approximiert, die Ergebnisse sind die folgenden ( $t$  in [ms]):

$$\begin{aligned} I_1(t) &= (-12,7221 \pm 10,16) + (12676 \pm 669,1) \cdot t \\ I_2(t) &= (-26,8932 \pm 20,23) + (25552,1 \pm 1338) \cdot t \\ I_3(t) &= (-127,777 \pm 6,923) + (54336,9 \pm 987,9) \cdot t \\ I_5(t) &= (-121,962 \pm 26,46) + (70868,5 \pm 2156) \cdot t \\ I_7(t) &= (-297,747 \pm 41,21) + (126553 \pm 8054) \cdot t \\ I_{10}(t) &= (-352,162 \pm 29,78) + (162064 \pm 5061) \cdot t \end{aligned}$$

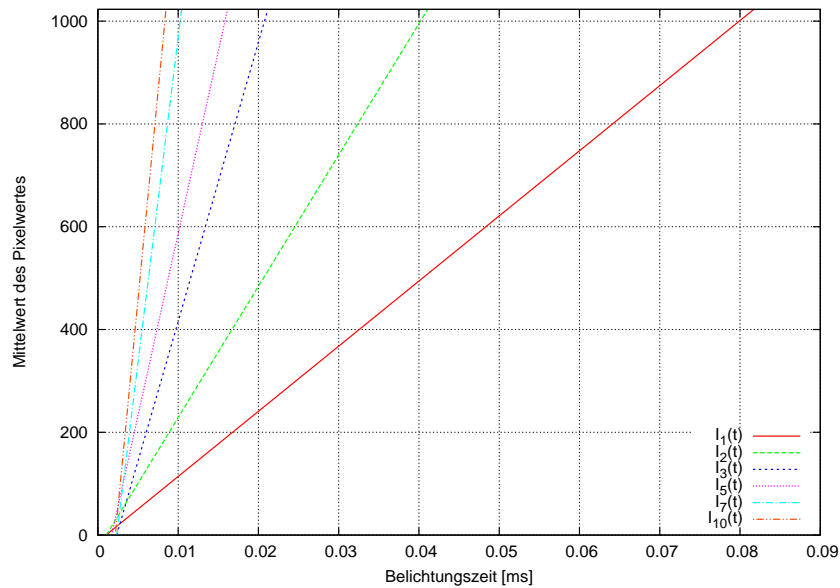


Abb. 3.6: Lineare Approximation der Helligkeitsabhängigkeit des CCD-Chips für verschiedene Verstärkungsfaktoren in Abhängigkeit von der Belichtungszeit

In **Abbildung 3.6** sind die Geradengleichungen der Übersichtlichkeit halber ohne die Messwerte aufgetragen. Die Steigungen sollten genau um den Faktor größer sein,



deren Verstärkungsfaktor sie auch darstellen. Bei doppelter Verstärkung sollte die Steigung also auch doppelt so hoch sein. Bei der doppelten Verstärkung stimmt das auch gut überein, bei den höheren Verstärkungen sind die Steigungen allerdings 10-30 % zu hoch. Der Fit hat aber auch nur für die niedrigeren Verstärkungen eine ausreichende Güte, denn standen für die Approximation ab Verstärkungsfaktor 3 nur noch sechs Werte für den Fit zur Verfügung, während es bei VF 1 und 2 noch neun Werte waren. Bei Verstärkungsfaktor 7 und 10 waren es nur noch drei Werte, da der Chip dann bereits gesättigt war.

### Genauere Untersuchung des Bereichs vor der Sättigung

Um nun genauere Aussagen über das Helligkeitsverhalten des Chips machen zu können, wird die Ulbrichtkugel so eingestellt, dass der maximale Intensitätswert bei der höchsten Belichtungszeit beim höchsten zu messenden Verstärkungsfaktor ungefähr 800 beträgt. Der Chip also gerade noch nicht gesättigt ist. Diese Messung wird sowohl mit als auch ohne Optik durchgeführt, um zu überprüfen ob Unterschiede bestehen. Dazu befindet sich die Kamera bei der Messung ohne Objektiv 1,7 cm vor der Öffnung der Ulbrichtkugel, diese wird auf 5,25 V eingestellt ( $L = 20,6 \text{ lx}$  am Ort der Kamera), für die Messung mit Objektiv befindet sich die Kamera 13,4 cm vor der Kugel, diese wird auf 7,7 V eingestellt ( $L = 9,9 \text{ lx}$ ) um ebenfalls ein Intensitätsmaximum von ca. 800 zu erreichen.

Da bei den vorherigen Messungen durch Kombinationen der Frequenzen und Belichtungsfaktoren einige Belichtungszeiten mehrfach auftraten, werden bei dieser Messung die folgenden Frequenzen für die Verstärkungsfaktoren 1;3 und 5 gemessen:  $f = 1; 4; 8; 16; 32 \text{ kfps}$  und so mit den möglichen Belichtungsfaktoren  $1/2, 1/4, 1/8$  kombiniert, dass keine Belichtungszeit doppelt auftritt. In **Abbildung 3.7** sind die Ergebnisse graphisch dargestellt. Der maximale Intensitätswert ohne Objektiv beträgt 863,9, der Maximalwert mit Objektiv beträgt 858,1.

Man sieht sofort, dass eine lineare Approximation hier nicht mehr sinnvoll ist. Doch bevor die Messwerte durch eine andere Funktion approximiert werden, werden sie normiert, um sie besser vergleichen zu können. Das heißt, der maximale Intensitätswert bei jedem Verstärkungsfaktor wird auf den Wert 1 normiert. Dann sollten alle Kurven direkt aufeinander liegen, da die Verstärkung dadurch eliminiert wurde. Lägen sie nicht aufeinander, wäre die interne Verstärkung der Kamera nicht in Ordnung. Diese Werte werden schließlich gefittet.

In **Abbildung 3.8** sind die normierten Werte und die Regressionsfunktionen auf-

### 3 Kamerakalibrierung

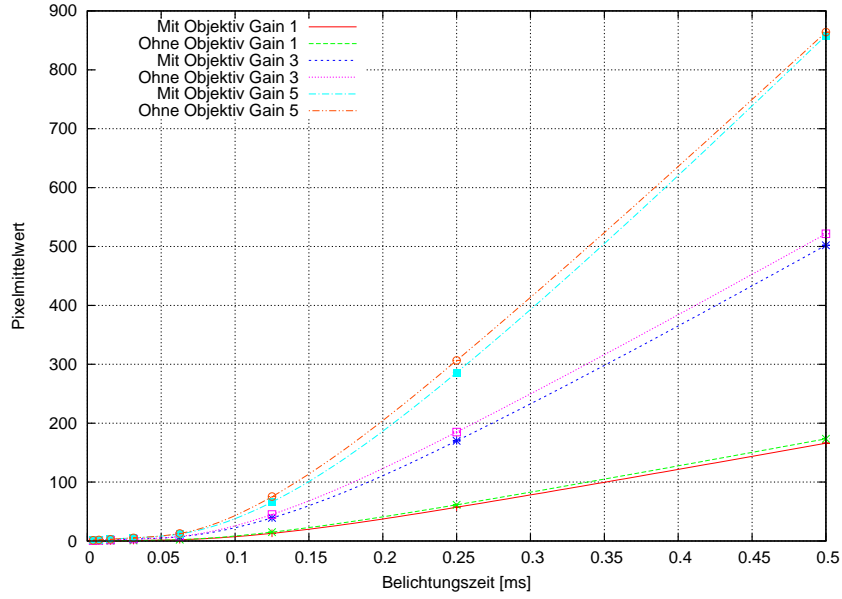


Abb. 3.7: Helligkeitsverhalten des Chips im mittleren Dynamikbereich: Intensitätswerte bei verschiedenen Verstärkungen aufgetragen über der Belichtungszeit mit und ohne Optik

getragen. Eine kubische Funktion

$$I(t) = a \cdot t^3 + b \cdot t^2 + c \cdot t + d \quad (3.2)$$

approximiert die Werte am besten.

Die Ergebnisse der Fits sind die folgenden:

Ohne Objektiv:

$$I_1(t) = (-8,055 \pm 1,946)t^3 + (8,656 \pm 1,061)t^2 + (-0,3094 \pm 0,0888)t + (0,00223 \pm 0,00134)$$

$$I_3(t) = (-5,790 \pm 3,013)t^3 + (7,365 \pm 1,591)t^2 + (-0,2094 \pm 0,1154)t + (0,00204 \pm 0,00161)$$

$$I_5(t) = (-5,365 \pm 3,208)t^3 + (7,121 \pm 1,695)t^2 + (-0,19 \pm 0,12)t + (0,00199 \pm 0,00165)$$

Mit Objektiv:

$$I_1(t) = (-7,075 \pm 1,704)t^3 + (8,1314 \pm 0,9417)t^2 + (-0,2898 \pm 0,0838)t + (0,0023 \pm 0,0014)$$

$$I_3(t) = (-5,461 \pm 2,385)t^3 + (7,206 \pm 1,284)t^2 + (-0,2216 \pm 0,1027)t + (0,0023 \pm 0,0016)$$

$$I_5(t) = (-4,870 \pm 2,475)t^3 + (6,882 \pm 1,327)t^2 + (-0,2083 \pm 0,1044)t + (0,0023 \pm 0,0017)$$

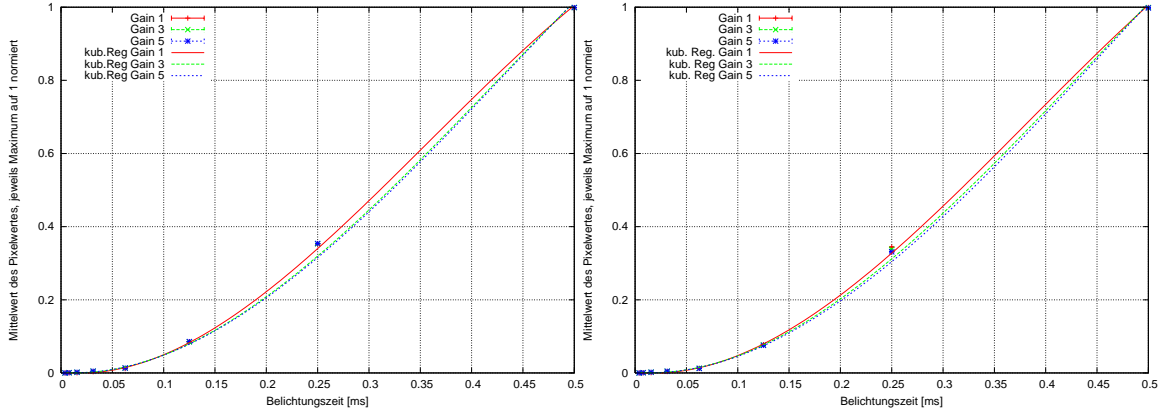


Abb. 3.8: Kubische Approximation der normierten Intensitätswerte bei verschiedenen Verstärkungen und Gains in Abhängigkeit von der Belichtungszeit. Links mit und rechts ohne Objektiv

Die Funktionen liegen alle im selben Bereich, wie erwartet und an den Werten in **Abbildung 3.8** schon zu erkennen war. Daher genügt es, alle drei Verstärkungen mit einer einzigen Funktion zu approximieren, da die Werte so nah aneinander liegen, dass man sie kaum noch unterscheiden kann. Ebenfalls gibt es kaum einen Unterschied im Verhalten, ob ein Objektiv benutzt wird oder nicht, das sollte auch so sein. Mit Objektiv ist die Intensität ein wenig geringer. Im Folgenden werden die Indizes O für “mit Objektiv” und C für “nur Chip” benutzt.

$$I_C(t) = (-6,183 \pm 1,309)t^3 + (7,580 \pm 0,695)t^2 + (-0,2235 \pm 0,0515)t + (0,002103 \pm 0,000731)$$

$$I_O(t) = (-5,688 \pm 1,034)t^3 + (7,340 \pm 0,559)t^2 + (-0,2342 \pm 0,0456)t + (0,002314 \pm 0,000729)$$

Diese Funktionen sind charakteristisch für die benutzte Kamera. Sie geben im gemessenen Dynamikbereich nun für jede gewünschte Belichtungszeit bis 0,5 ms unabhängig von der Verstärkung und der Lichtstärke die prozentuale Intensität des Bildes an. Die kann dann in die gewünschte Bitzahl um- und auf den Verstärkungsfaktor hochgerechnet werden.

### 3.2.3 Spezielle Probleme der HPV-1 Kamera

Während der Auswertung des Helligkeitsverhalten des Chips fiel auf, dass nicht jedes Bild gleichmäßig belichtet wird, sondern jedes zwölfte Bild ein Offset hat. Das heißt in jeder aufgenommenen Bildsequenz bei jeder Frequenz, jedem Verstärkungsfaktor, hat das erste, das dreizehnte usw. Bild (bzw. das nullte, zwölfte, 24., usw.) eine nied-

### 3 Kamerakalibrierung

rigere Intensität als alle anderen Bilder. In **Abbildung 3.9** ist eine Bildsequenz aus der zweiten Helligkeitsmessung ohne Objektiv aufgetragen. Dort ist der beschriebene Zusammenhang sehr gut zu erkennen. Der Intensitätsunterschied zwischen den “falsch” belichteten Bildern und den richtigen beträgt immer ca. 7%.

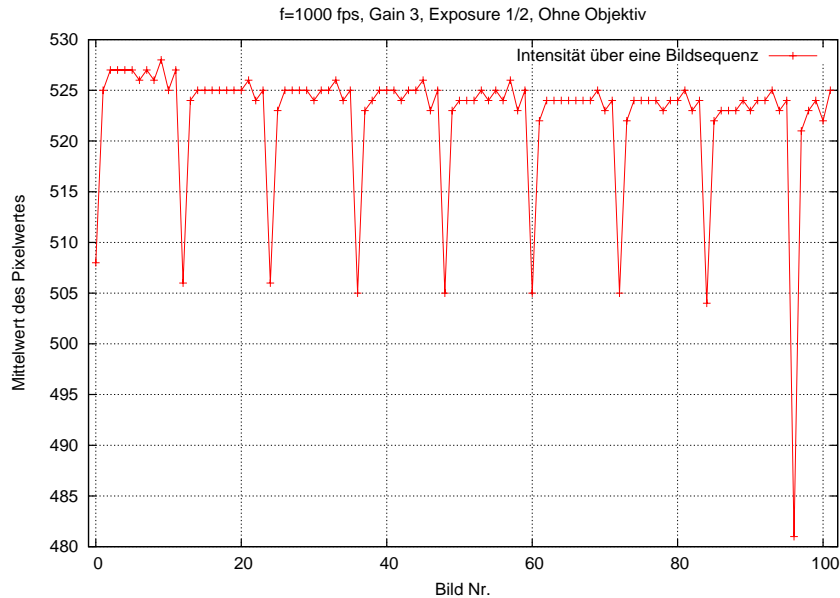


Abb. 3.9: Intensität über eine Bildserie

Bei den dunklen Aufnahmen und bei Aufnahmen mit sehr niedriger Belichtungszeit ( $t_b < 0,01$  ms) ist der Intensitätsunterschied kleiner als ein Prozent, das Problem tritt nur bei Belichtung des Chips auf. Aber auch nicht bei Überbelichtung: Im Sättigungsbereich gibt es keine Intensitätsunterschiede mehr von Bild zu Bild.

Im mittleren Dynamikbereich hat die Kamera offenbar Probleme, den Chip über die gesamte Bildserie hinweg gleichmäßig zu belichten. Offensichtlich handelt es sich hierbei um ein Hardware-Problem der Kamera.

Da alle anderen Bilder nicht exakt gleich belichtet sind (siehe Abbildung 3.9), ist es sicherer, die falsch belichteten Bilder zu entfernen, als diese mit einer Bildverarbeitungssoftware aus den anderen Bildern zu reparieren.

Der Kontakt mit der Herstellerfirma ergab, dass das Problem bereits bekannt ist. Das letzte Bild der Bildserie bleibt länger im Speicher als die anderen, daher geht Ladung verloren.

Da diese starken Intensitätsschwankungen zu Problemen in der Kantendetektion führen können, werden Bild 0;12;24;...;96 bei allen nachfolgenden Messungen entfernt, so sind immernoch 90% der Messwerte vorhanden.

## 4 Statische Messung

Diese Messung wird in zwei Teile unterteilt. Zunächst wird die Kugel um eine gewisse geometrische Distanz verschoben, um festzustellen, wie der Fehler der Positionsverschiebung in Abhängigkeit von der Position ganz allgemein aussieht. Aufbauend darauf lassen sich das Pixelmuster und die Auflösung bestimmen, sodass um optische Distanzen, z.B. um einen Pixel, verschoben werden kann.

### 4.1 Kugelverschiebungen um geometrische Distanzen

#### 4.1.1 Versuchsaufbau und Durchführung

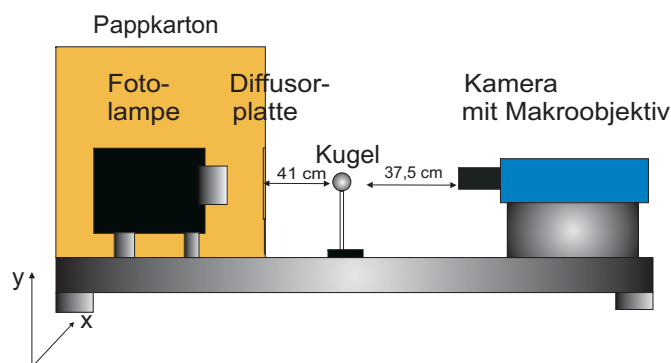


Abb. 4.1: Versuchsaufbau für die statische Messung

Um die Genauigkeit des Auswerteverfahrens bezogen auf die Positionsbestimmung zu ermitteln, wird zunächst eine statische Messung durchgeführt, das bedeutet, dass eine gesamte Bildsequenz von der ruhenden Kugel aufgenommen wird, bevor sie in x-Richtung verschoben wird.

Dabei liegt die Kugel (Durchmesser  $d = 40 \text{ mm}$ ) frei auf einem Stab, welcher durch einen elektrischen Versteller in  $\Delta x = 1 \text{ }\mu\text{m}$  Schritten bewegt werden kann. Es wurden ebenfalls Messungen mit einem manuell zu bedienenden Mikrometertisch in  $\Delta x = 10 \text{ }\mu\text{m}$  Schritten durchgeführt. Allerdings war dort der Gerätefehler mit

$\sigma_x < 1\mu\text{m}$  zwar angegeben, der wirkliche Fehler beim Verstellen schien aber höher zu sein. Um diesen Fehler auszuschließen, wurden die folgenden Messungen komplett mit der elektrischen Variante durchgeführt, welche auch einen Hystereseaussgleich besitzt. Es soll schließlich der kleinste Fehler bestimmt werden, welcher aufgrund des CCD-Chips und des Auswerteverfahrens nicht zu umgehen ist.

Die Kugel befindet sich bei der Messung vor der Diffusorplatte, welche von hinten von einer Halogenlampe angestrahlt wird. Hierbei muss darauf geachtet werden, dass die Kugel so weit von der Diffusorplatte weg geschoben wird, bis keine Reflexionen mehr auf ihrer Oberfläche zu erkennen sind.

Die Intensität der Lichtquelle lässt sich über einen zwischengeschalteten Stelltrafo regeln; gemessen wird zunächst bei einer Lichtstärke von  $L = 174\text{lx}$ , was hier in der ersten Messung 100% Lichtstärke entspricht; und einer Lichtstärke von  $L = 88,3\text{lx}$ , was 50% entspricht (alle Lichtstärken werden am Ort der Kugel gemessen).

Bei jeder Messung wird die Kugel um  $\Delta x = 1; 10$  bzw.  $100\mu\text{m}$  in x-Richtung verschoben, insgesamt um  $1000\mu\text{m}$ . Diese Einteilung dient zum Einen dazu, einen großen Messbereich abzudecken, zum Anderen um genügend Werte für eine ausreichende Statistik zur Verfügung zu haben. Eine Skizze des Versuchsaufbaus befindet sich in **Abbildung 4.1**.

Die Kameraeinstellungen sind:  $f = 1000\text{fps}$ , Gain 15 und Belichtungsfaktor  $1/2$ . Auch hier werden alle Messungen bei einer Kühlung der Kamera auf  $T = 19^\circ\text{C}$  vorgenommen.

### 4.1.2 Ergebnisse

In **Abbildung 4.2** sind die absoluten und die relativen Fehler der Positionsbestimmung für die Messung bei  $L = 174\text{lx}$  graphisch aufgetragen. Wie zu erwarten wird der relative Fehler zu großen Verschiebungen hin immer kleiner und nähert sich einem Null an ( $\sim 0.2\%$  bei einer Verschiebung um  $\Delta x = 1000\mu\text{m}$ ). Die absolute Abweichung hingegen ist über die gesamte Messung hinweg konstant in einem Bereich von  $+2\mu\text{m}$  bis  $-6\mu\text{m}$ .

Die Ergebnisse für die Messung bei nur 50% Lichtstärke sind in **Abbildung 4.3** aufgetragen. Wie zu erwarten, sind die absoluten Fehler bei nur der halben Lichtstärke entsprechend größer. Der Kontrast ist schwächer, das heißt, dass die Kantendetektion nicht mehr so genau das Maximum der Kante erkennen kann, da diese verschmiert ist. Der absolute Fehler bewegt sich in einem Bereich von  $+2\mu\text{m}$  bis  $-14\mu\text{m}$ . Auch

## 4.1 Kugelverschiebungen um geometrische Distanzen

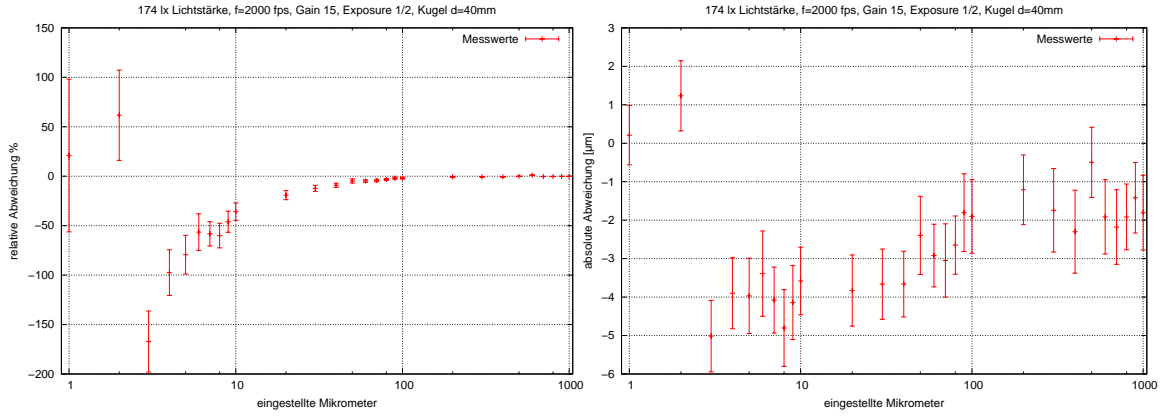


Abb. 4.2: x-Verschiebung innerhalb eines Millimeters - relative und absolute x-Abweichung bei 100% Lichtstärke

bei geringerer Lichtstärke nähert sich der relative Fehler im Unendlichen vermutlich dem Wert Null an. Hier liegt dieser bei  $\sim 0.5\%$  nach  $\Delta x = 1000 \mu\text{m}$ .

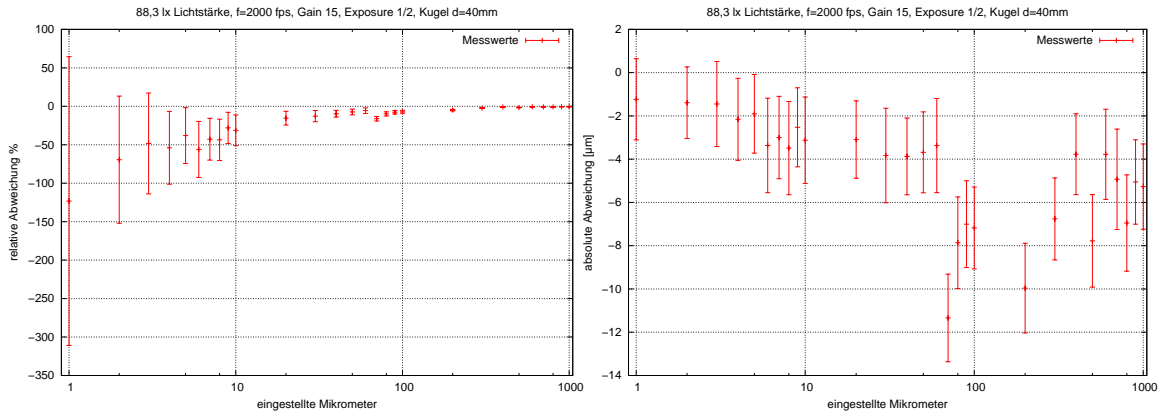


Abb. 4.3: x-Verschiebung innerhalb eines Millimeters - relative und absolute x-Abweichung bei 50% Lichtstärke

Die Form der absoluten Fehler lassen eine leichte Schwebung erahnen, was bedeuten könnte, dass der absolute Fehler ein Minimum erreicht, sobald die eingestellte Distanz einem Pixel entspricht.

Aus dem gemessenen Radius in Pixeln lässt sich die Auflösung bestimmen, da der physikalische Radius der Kugel bekannt ist. Der gemessene Radius in Pixeln beträgt bei diesem Experiment:  $r_{gem} = (66.934 \pm 0.003)$  Pixel bei 100% Lichtstärke bzw.  $r_{gem} = (66,948 \pm 0,015)$  Pixel bei 50% Lichtstärke. Mit dem physikalischen Radius  $r_{phys} = 20 \text{ mm}$  ergibt sich eine Auflösung von:  $S = (298.8 \pm 0,9) \mu\text{m}/\text{px.}$  bzw.

$S = (298,74 \pm 4,32) \mu\text{m}/\text{px}$ . Die viel höhere Standardabweichung bei der geringeren Lichtstärke kommt daher, dass bei niedrigerem Kontrast die Kantendetektion ungenauer wird.

Ein Pixel deckt also einen Bereich von ca.  $300 \mu\text{m}$  ab.

## 4.2 Kugelverschiebungen um optische Distanzen

### 4.2.1 Versuchsaufbau und Durchführung

Um die Annahme zu überprüfen, ob der Fehler abhängig von der Verschiebung innerhalb der Pixel ist, wird nun die Verschiebung der Kugel innerhalb eines Pixels gemessen. Es gibt die Vermutung, dass die bereits erwähnte Schwebung durch die Kantendetektion und Subpixelroutine zustande kommt. Dies soll hier genauer untersucht werden.

Man kennt aus der vorhergehenden Messung die Auflösung von  $300 \mu\text{m}/\text{px}$ .

#### Grobe Messung

Um eine ungefähre Ahnung davon zu bekommen, wie sich der Fehler innerhalb eines Pixels verhält, wird zunächst mit der  $d = 40 \text{ mm}$  Kugel von  $x = 0 \mu\text{m}$  bis  $x = 300 \mu\text{m}$  in  $\Delta x = 30 \mu\text{m}$  Schritten bei  $L = 174 \text{ lx}$ ,  $f = 1000 \text{ fps}$ , Gain 15 und Belichtungsfaktor  $1/2$  gemessen.

#### Messung unter optimalen Bedingungen

Um diese grobe Messung zu verfeinern, wird die Kugel von  $x = 0 \mu\text{m}$  bis  $x = 400 \mu\text{m}$  in  $\Delta x = 5 \mu\text{m}$  Schritten verschoben. Die Kameraeinstellungen hierbei sind nun:  $f = 2000 \text{ fps}$ , Gain 5, Belichtungsfaktor  $1/2$ . Die Lichtstärke beträgt  $L = 680 \text{ lx}$ , da statt der Halogenlampe jetzt eine Fotolampe mit höherer Lichtstärke verfügbar war. Diese Einstellungen werden ebenfalls bei den Fallexperimenten verwendet.

#### Messung unter optisch schlechteren Bedingungen

Dieselbe Messung wird noch einmal mit der kleineren Kugel ( $d = 30 \text{ mm}$ ) durchgeführt, um festzustellen, ob und inwieweit die Positionsbestimmung ungenauer wird. Schließlich wird die Messung mit der großen Kugel ( $d = 40 \text{ mm}$ ) mit denselben Einstellungen, aber statt mit Gain 5 mit Gain 1 durchgeführt. Bei dieser Einstellung



ist der Kontrast massiv schlechter, hier soll überprüft werden, in welchem Maße die Genauigkeit der Positionsbestimmung abnimmt.

### Kontrollmessung mit einer festgeschraubter Kugel

Da die Kugel bei den anderen Messungen auf dem Stab nur aufliegt, ist noch interessant herauszufinden, ob eine festgeschraubte Kugel noch genauere Ergebnisse liefert. Es handelt sich um Messungen im Mikrometerbereich, da besteht die Möglichkeit, dass wenn jemand, am Versuchsaufbau vorbeigeht oder durch Eigenschwingungen des Gebäudes, sich eine nicht festgeschraubte Kugel um ein paar Mikrometer bewegt. Das würde die Messung bereits stören. Für die Messung wird eine Messingkugel ( $d = 39,9 \text{ mm}$ ) mit Gewinde verwendet, die Einstellungen hierbei sind  $f = 2000 \text{ fps}$ , Gain 5, Belichtungsfaktor  $1/2$ . Die Lichtstärke beträgt  $L = 680 \text{ lx}$ .

### 4.2.2 Ergebnisse

#### Grobe Messung

Um den Verlauf des Fehlers als Funktion des Ortes genauer zu quantifizieren als bei der Messung mit Verschiebung um einen Millimeter, wurde als die Distanz innerhalb eines Pixel in  $\Delta x = \frac{1}{10}$  Pixel Schritten gemessen, also in  $\Delta x = 30 \mu\text{m}$  Schritten. Das Ergebnis befindet sich in **Abbildung 4.4**. Dort erkennt man die in **Abschnitt 4.1.2** bereits angesprochene Wellenform des absoluten Fehlers, die Abstände von  $\Delta x = \frac{1}{10}$  Pixel sind aber zu groß, um genauere Aussagen treffen zu können. Ebenfalls reicht eine Periode nicht aus, um festzustellen, ob es sich tatsächlich um eine periodische Wellenfunktion handelt.

Für die Berechnung wurde der Nullpunkt auf einen halben Pixel gesetzt. das heißt, dass sich der absolute Fehler auf den Wert bei 0,5 Pixeln bezieht. Aus der Radiusberechnung erhält man eine Auflösung pro Pixel:  $S = (294.47 \pm 0.78) \mu\text{m}$

#### Messung unter optimalen Bedingungen

Als nächstes wurde die Messung in kleineren  $\Delta x$  durchgeführt, es wurde von  $x = 0 \mu\text{m}$  bis  $x = 400 \mu\text{m}$  gemessen, um eine gesamte Periode erkennen zu können. Da hier auch eine hellere Lampe zur Verfügung stand, wurden die Lichtstärke und die Frequenz erhöht und der Verstärkungsfaktor erniedrigt, sodass nun bei  $L = 680 \text{ lx}$ ,  $f = 2000 \text{ fps}$ , Gain 5 und Belichtungsfaktor  $1/2$  gemessen wurde.

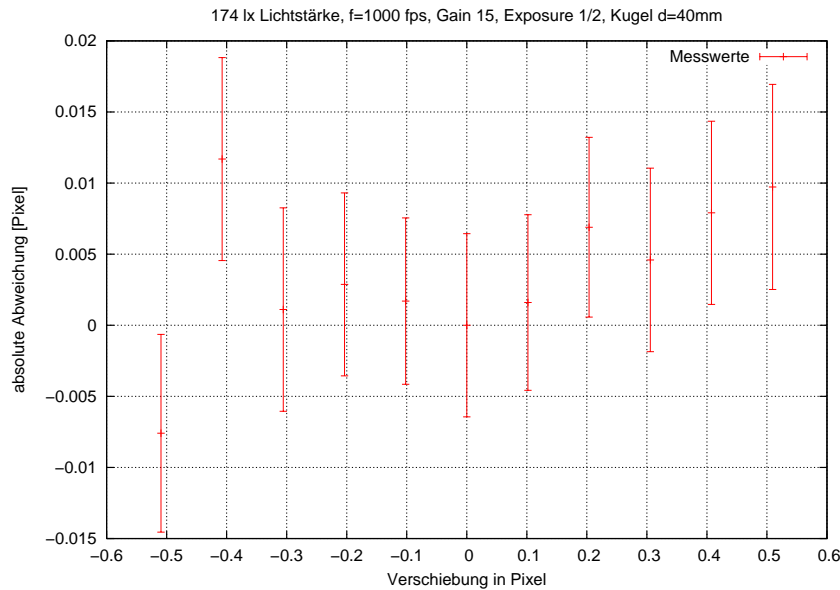


Abb. 4.4: x-Verschiebung innerhalb eines Pixels in  $30\mu\text{m}$  Schritten, absolute x-Abweichung

In **Abbildung 4.5** sind die Ergebnisse graphisch aufgetragen. Das linke Bild zeigt den absoluten Fehler in Mikrometern an, das rechte in Pixeln. Der Fehler liegt in einem Band von  $\pm 3\mu\text{m}$  bzw.  $\pm \frac{1}{100}$  Pixel um den lokalen Mittelwert, also beträgt die Auflösung  $\frac{1}{50}$  Subpixel (siehe **Abbildung 4.5**). Man erkennt die bereits vermutete Wellenfunktion des Fehlers. Die Fehlerbalkenlänge fällt zum Ende hin, weil als Bezugspunkt der erste Punkt gewählt wurde und sich alle folgenden Verschiebungen auf diesen Punkt beziehen.

Allerdings fällt auch auf, dass es zusätzlich zu der Schwingung eine Überlagerung mit einer linearen Funktion zu geben scheint. Daher wurden die Werte mit einer Linearkombination aus einer Schwingungs- und einer linearen Funktion gefittet:

$$f(x) = \left[ Ax + B \sin\left(\frac{2\pi}{E}x + C\right) \right] + D \quad (4.1)$$

Die Graphik befindet sich in **Abbildung 4.6**. Die Kurve trifft die Werte recht gut, allerdings gibt es keine physikalische Begründung.

Die Ergebnisse des Fits sind:

$$A = -0,00647 \pm 0,00056 \text{ (8,68\%)}$$

$$B = 0,9269 \pm 0,0813 \text{ (8,77\%)}$$

## 4.2 Kugelverschiebungen um optische Distanzen

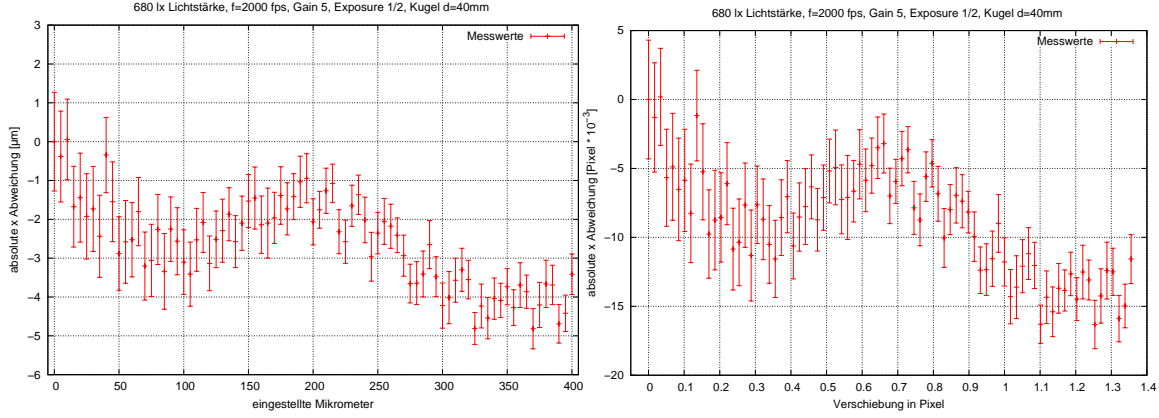


Abb. 4.5: x-Verschiebung innerhalb eines Pixels, absolute x-Abweichung - links in Mikrometer, rechts in Pixeln

$$C = 0,0987 \pm 0,1132 \text{ (114,80\%)}$$

$$D = -0,5909 \pm 0,0765 \text{ (12,94\%)}$$

$$E = 254,114 \pm 8,062 \text{ (3,17\%)}$$

Die Fehler, gerade der von Parameter C, stellen teilweise die Genauigkeit des Fits in Frage. Interessant ist allerdings der Parameter E, er gibt die Periodenlänge an. Diese sollte genau der Auflösung  $S \approx 300 \text{ } \mu\text{m}/\text{px}$  entsprechen. Bei dieser Messung betrug sie aus der Radiusberechnung:  $S = (295.09 \pm 1.40) \mu\text{m}/\text{px}$ . Laut Fit beträgt sie  $(254.114 \pm 8.062) \mu\text{m}/\text{px}$ . Die Annahme, dass eine Schwingung genau einem Pixel entspricht, könnte stimmen, allerdings sind ca. 14% Abweichung ziemlich hoch. Um dies genauer zu überprüfen, müsste man mehrere Perioden in kleinen Schritten aufnehmen, dies könnte man in einer fortführenden Arbeit untersuchen.

Der lineare Anteil könnte einerseits aus der Radiusberechnung des Verfahrens kommen, andererseits könnten die Objektebene und die Kameraebene zueinander verdreht sein, das heißt, dass der Versteller und die Kamera nicht horizontal stehen. Um das zu überprüfen, wurde einerseits zusätzlich zur x-Bewegung des Mittelpunktes der Kugel die y-Bewegung ermittelt. Aus der x- und y-Bewegung wurde nun die Gesamtbewegung  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$  errechnet und aufgetragen.

Andererseits wurde mithilfe eines Neigungsmessers der Winkel des Verstellertisches gemessen sowie eine Bildsequenz des Neigungsmessers aufgenommen und dieser Winkel auf dem Bild bestimmt. Es ergab sich ein Gesamtwinkel von:  $\alpha = (1.044 \pm 0.112)^\circ$  gegen die Horizontale. Da der Tisch aber zur Durchführung immer wieder auf- und

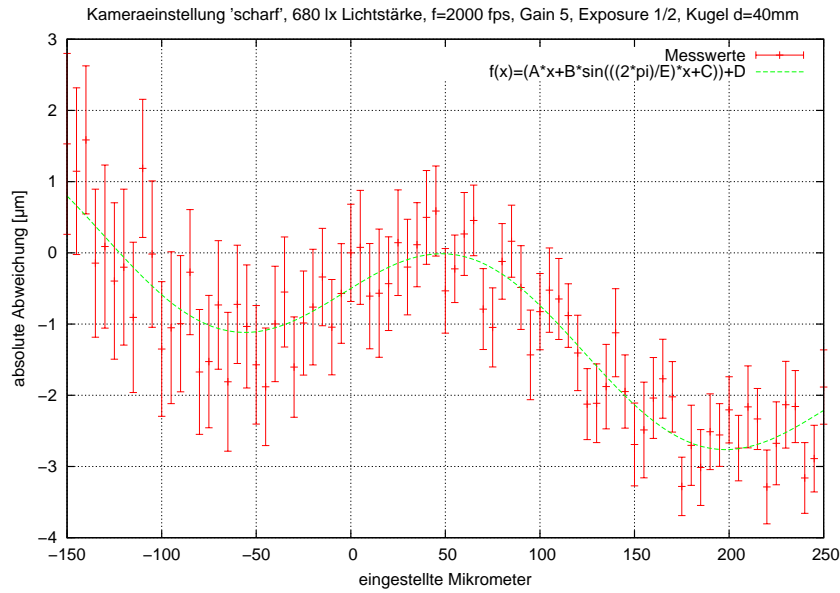


Abb. 4.6: x-Verschiebung um 400  $\mu\text{m}$ , gefittete absolute x-Abweichung

abgebaut wurde, kann dieser Winkel variiert haben.

Es stellt sich heraus, dass der Winkel  $\alpha = \arctan\left(\frac{y_{\max} - y_{\min}}{x_{\max} - x_{\min}}\right) = 8,17^\circ$  beträgt. Bei diesem Wert wäre zu vermuten, dass der Einfluss des Winkels auf den Fehler in der x-Bewegung größer ist als dargestellt. In **Abbildung 4.7** befindet sich der absolute Fehler der z-Bewegung in Mikrometern und Pixeln. Dort erkennt man, dass der Fehler im selben Bereich schwingt wie der absolute Fehler der x-Bewegung (vgl. **Abbildung 4.5**:  $\pm 3 \mu\text{m}$  bzw.  $\pm \frac{1}{100}$  Pixel). Nur der lineare Anteil ist nicht mehr vorhanden. Die großen Fehlerbalken kommen daher, dass sowohl der Fehler der x- als auch der Fehler der y-Bewegung berücksichtigt werden muss.

Diese Werte wurden ebenfalls gefittet, um zu überprüfen, ob die Güte ohne den linearen Term besser wird. Die dazugehörige Graphik befindet sich in **Abbildung 4.8**. Die Ergebnisse des Fits mit der Funktion

$$f(x) = B \sin\left(\frac{2\pi}{E}x + C\right) + D \quad (4.2)$$

sind die Folgenden:

$$B = 1,0782 \pm 0,0692 \text{ (6,42\%)}$$

$$C = 2,6597 \pm 0,1726 \text{ (6,49\%)}$$

$$D = 0,8994 \pm 0,0519 \text{ (5,77\%)}$$

## 4.2 Kugelverschiebungen um optische Distanzen

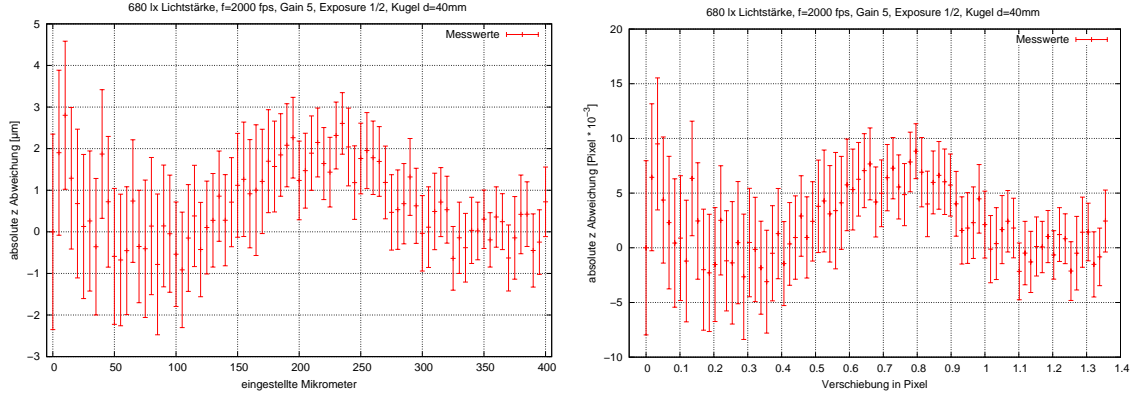


Abb. 4.7: x-Verschiebung innerhalb eines Pixels bei Gain 5, absolute z-Abweichung - links in Mikrometer, rechts in Pixeln

$$E = 265,382 \pm 7,45 \text{ (2,81\%)}$$

Ein Fit mit **Formel 4.1** ergab, dass der lineare Anteil gleich Null war. Auch hier liegt der Parameter E wieder fast im Bereich der Auflösung von  $S \approx 300 \mu\text{m}/\text{px}$ . Wie bereits angesprochen, müsste dieses Verhalten genauer untersucht werden.

### Messung unter schlechten Bedingungen

In **Abbildung 4.9** ist der absolute Fehler in der Positionsbestimmung bei der kleinen Kugel ( $d = 30 \text{ mm}$ ) aufgetragen. Es wurde zwar bis  $x = 400 \mu\text{m}$  gemessen, leider musste die Messung zwischendurch unterbrochen werden, sodass man bei der Verschiebung nach  $175 \mu\text{m}$  einen Sprung in den Messwerten erkennt. Dennoch wurden die ersten Werte, welche unterbrechungsfrei aufgenommen wurden, ausgewertet, diese sind hier dargestellt.

Diese Messwerte genügen für die Feststellung, dass auch hier wieder eine leichte Schwebung zu erkennen ist, auch wenn keine ganzen Periode aufgenommen worden ist, der Fehler schwankt aber genau wie bei der großen Kugel im Bereich  $\pm 3 \mu\text{m}$  bzw.  $\pm \frac{1}{100}$  Pixel. Bei der statischen Messung scheint es also keinen Unterschied zu machen, ob man mit der kleinen oder der großen Kugel misst. Die Auflösung aus der Radiusberechnung betrug auch hier wieder:  $S = (295.41 \pm 1.84) \mu\text{m}/\text{px}$

Als nächstes wurde die Messung mit der großen Kugel fast wie unter den optimalen Bedingungen durchgeführt, aber mit Verstärkungsfaktor 1 statt 5.

Auch hier wurde die y-Bewegung gleich mit ermittelt und die z-Bewegung ausge-

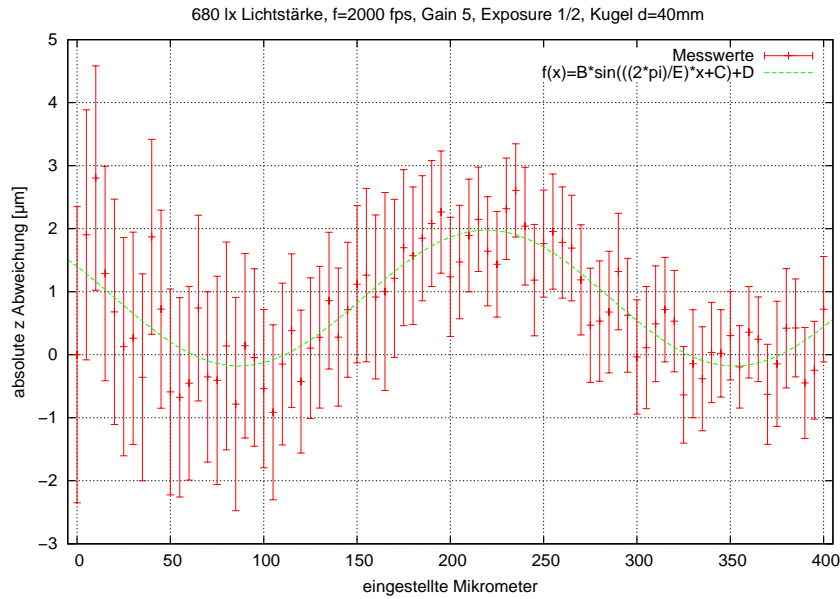


Abb. 4.8: x-Verschiebung um 400  $\mu\text{m}$  bei Gain 5, gefittete absolute z-Abweichung

rechnet. Der Winkel der Bewegung betrug hier nur  $3,27^\circ$ . In den **Abbildungen 4.10** und **4.11** sind die absoluten Abweichungen der x- bzw. z-Bewegungen aufgetragen. Wie nach den Ergebnissen aus **Abschnitt 4.1.2** schon erwartet, ist der Fehlerbereich bzw. die Amplitude der Schwingung bei Verstärkung 1 höher als bei Verstärkung 5. Hier schwankt der absolute Fehler um  $\pm 4 \mu\text{m}$  bzw.  $\pm \frac{1}{80}$  Pixel.

Auch hier wurde die Abweichung in der z-Bewegung zum eingestellten Abstand gefittet (**Abbildung 4.12**). Da hier bei der z-Abweichung trotzdem noch ein linearer Anteil zu erkennen ist, wurde **Formel 4.1** benutzt. Die Ergebnisse sind die folgenden:

$$A = -0,00646 \pm 0,00043(-6,58\%)$$

$$B = -2,040 \pm 0,072(-3,53\%)$$

$$C = 0,31154 \pm 0,07028(-22,56\%)$$

$$D = 0,545 \pm 0,098(-18,03\%)$$

$$E = 277,702 \pm 3,739(-1,35\%)$$

Dieser Fit ist nicht so gut wie der bei Gain 5, aber hier sind auch die Lichtbedingungen schlechter. Bei dieser Messung wurde ein Radius von  $R \approx 68,1\text{Pixel}$  ermittelt im Gegensatz zu  $R \approx 67,8\text{Pixel}$  bei allen anderen Messungen mit der großen Kugel. Wie schon erwähnt, ist die Kantendetektion bei schlechten Lichtverhältnissen schwieriger, da nicht mehr klar das Maximum der Kante ausgemacht

## 4.2 Kugelverschiebungen um optische Distanzen

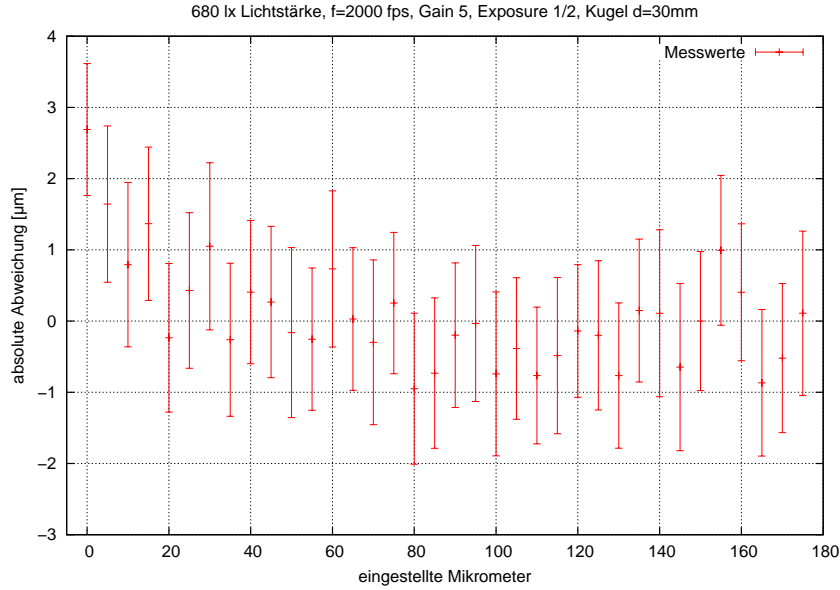


Abb. 4.9: absoluter Fehler in der Positionsbestimmung bei der Verschiebung der kleinen Kugel um  $175 \mu\text{m}$

werden kann. Da sich der physikalische Radius aber nicht ändert, und durch diesen die Auflösung bestimmt wird, erhält man bei dieser Messung eine Auflösung von  $S = (293.80 \pm 0.64) \mu\text{m}/\text{px}$ . Dies entspricht nur noch einer Abweichung von etwa 6% zum Fitparameter E, was durchaus im Toleranzbereich liegt. Die noch vorhandene Steigung bei der z-Bewegung könnte daher begründet sein, dass durch den schlechten Kontrast die Radiusdetektion nicht mehr optimal funktioniert und sich der Fehler bis zum Ende der Messung immer weiter aufaddiert. Bei den besseren Bedingungen war bei der absoluten Abweichung der z-Bewegung keine lineare Funktion mehr vorhanden, daher wäre diese Möglichkeit die naheliegendste.

### Kontrollmessung mit festgeschraubter Kugel

Schließlich wurde die Kontrollmessung mit der festgeschraubten Kugel durchgeführt. Der absolute Fehler der x-Bewegung ist in **Abbildung 4.13** aufgetragen. Dort wurde eine Messingkugel mit Durchmesser  $d = 39,9 \text{ mm}$  auf den Stab auf den elektrischen Versteller geschraubt. Diese wurde dann in  $\Delta x = 20 \mu\text{m}$  Schritten um insgesamt  $400 \mu\text{m}$  verschoben. In der Abbildung ist aber deutlich zu erkennen, dass die Genauigkeit der Positionsbestimmung von  $1/50$  Subpixel nicht gesteigert werden kann, wenn die Kugel festgeschraubt wird. Aus der Radiusberechnung ergab sich folgende Auflösung:  $S = (300,28 \pm 0,68) \mu\text{m}$

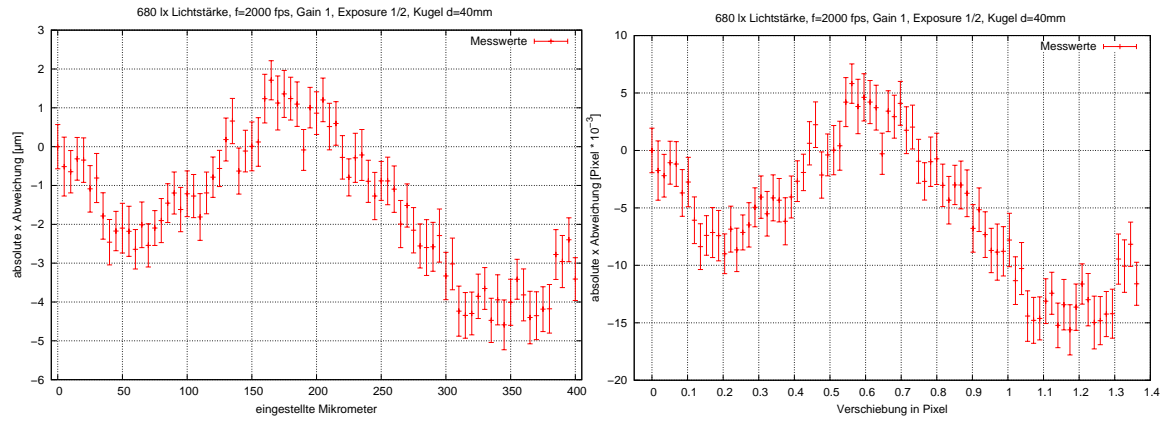


Abb. 4.10: x-Verschiebung innerhalb eines Pixels bei Gain 1 - links in Mikrometer, rechts in Pixeln

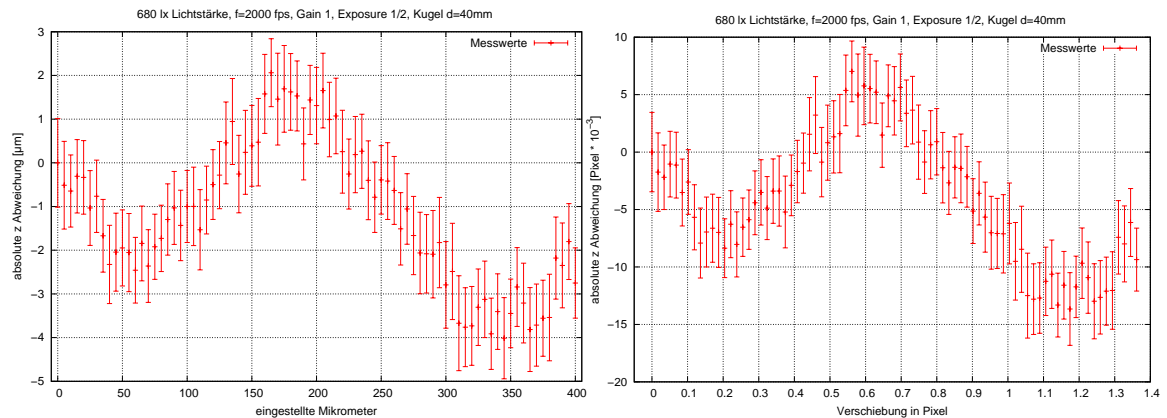


Abb. 4.11: z-Verschiebung innerhalb eines Pixels bei Gain 1 - links in Mikrometer, rechts in Pixeln

## 4.3 Diskussion/Zusammenfassung der Ergebnisse

Die statische Messung diente dazu, die Genauigkeit in der Positionsbestimmung des Auswerteverfahrens und der Kamera zu quantifizieren. Dazu wurden Bildsequenzen unter verschiedenen Kameraeinstellungen einer unbewegten Kugel durchgeführt, welche mithilfe eines elektrischen Verstellers um einzelne  $\mu m$  bewegt werden konnte. Die überraschendste und unerwartete Erkenntnis ist, dass der Fehler die Form einer Schwebung hat. Mögliche Erklärungen könnten sein, dass es an dem Auswerteverfahren liegt. Die Subpixel-Detektion verwendet eine erste Ableitung, um die genaue Position der Kante zu bestimmen (siehe **Abschnitt 2.3** über den Algorithmus). Bei der Positionsbestimmung wird aber nicht nur ein Pixel berücksichtigt, sondern der



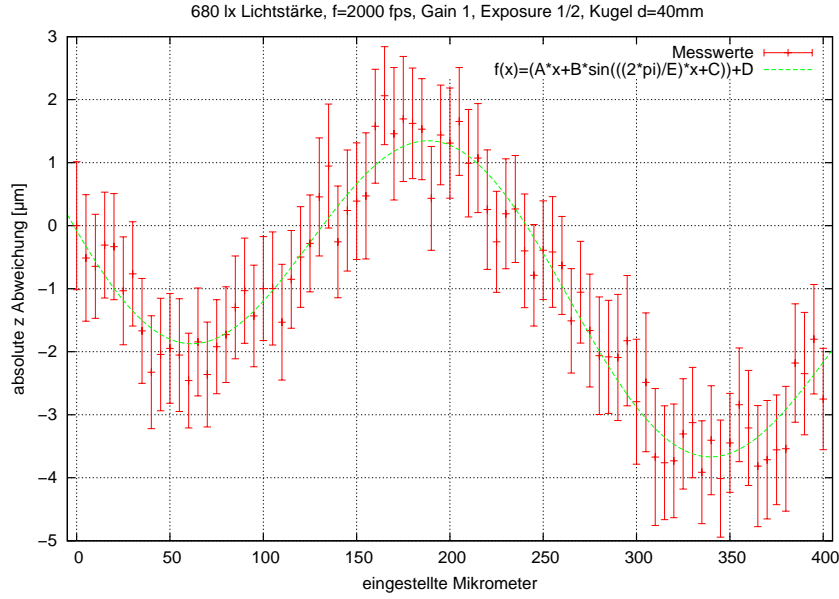


Abb. 4.12: x-Verschiebung um 400  $\mu\text{m}$  bei Gain 1, gefittete absolute z-Abweichung

gesamte Kreis, daher wird die Kante und der Fehler über das ganze Bild gemittelt. Da diese Arbeit auch zur Weiterentwicklung der Software führte, hat S. Laurence mit diesen Verfahren künstlich erzeugte Bilder untersucht, die Ergebnisse sind in **Abbildung 4.14** dargestellt [Quelle: Persönliche Mitteilung].

Zu sehen ist die aktuelle  $x_0$ - und  $y_0$ -Position des Mittelpunktes sowie der Radius eines Kreises in Pixel, im linken Bild ist  $R = 67,77$  Pixel, was in dieser Arbeit der großen Kugel mit  $d = 40$  mm entspricht, im rechten Bild  $R = 50,78$  Pixel, das entsprach einem Radius  $d = 30$  mm. Der künstliche Kreis wurde ebenfalls um einen Pixel verschoben, und der Fehler in der x-Positionsbestimmung liegt bei ca.  $\frac{1}{250}$  Pixel, also deutlich niedriger als bei den Experimenten. Interessanter ist aber die Tatsache, dass in der x-Abweichung ebenfalls eine Schwebung zu erkennen ist. Diese Eigenschaft kommt also eindeutig aus dem Verfahren und nicht aus dem Experiment. Ebenfalls interessant ist, dass die Fehler in der Radiusbestimmung und der y-Bewegung klein gegen den x-Fehler sind. Während der Auswertung der Experimente kam die Frage auf, woher der lineare Anteil in den Fehlern kam, und es kam die Vermutung auf, es könnte der Fehler aus der Radiusbestimmung sein, welcher sich aufsummiert. Da dieser aber im Bereich  $10^{-3}\%$  ist (in den Bildern ist er normalisiert mit  $r$  angegeben), fällt er nicht ins Gewicht.

Klar aus den Experimenten hervorgegangen ist: Der Fehler von  $\sigma_x = \pm 3 \mu\text{m}$  der optischen Kraftmesstechnik ist vorerst nicht zu verringern. Es können noch Verbes-

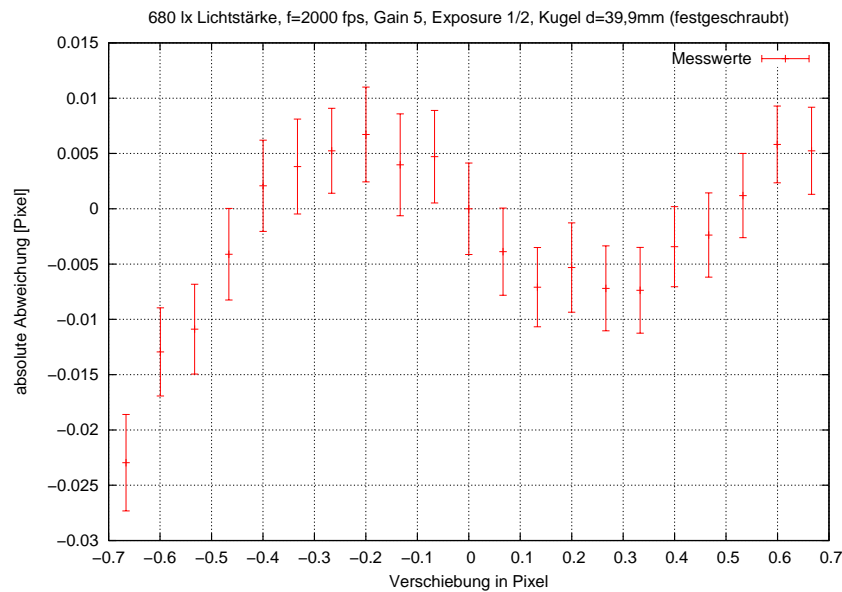


Abb. 4.13: x-Verschiebung innerhalb eines Pixels in  $20\mu\text{m}$  Schritten bei der festgeschraubten Kugel  $d=39,9\text{mm}$ , absolute x-Abweichung

serungen an der Software vorgenommen werden, daran wird bereits gearbeitet. Zur Analyse der Schwebung, sollten Experimente über mehrere Pixel/Periodenlängen in geringen Abständen  $\Delta x$  hinweg durchgeführt werden. Wichtig ist zudem, die Messungen ohne Unterbrechungen an einem Stück durchzuführen. Der elektrische Verstärker hat zwar einen Hystereseaussgleich, der aber beim Ausschalten verlorengeht.

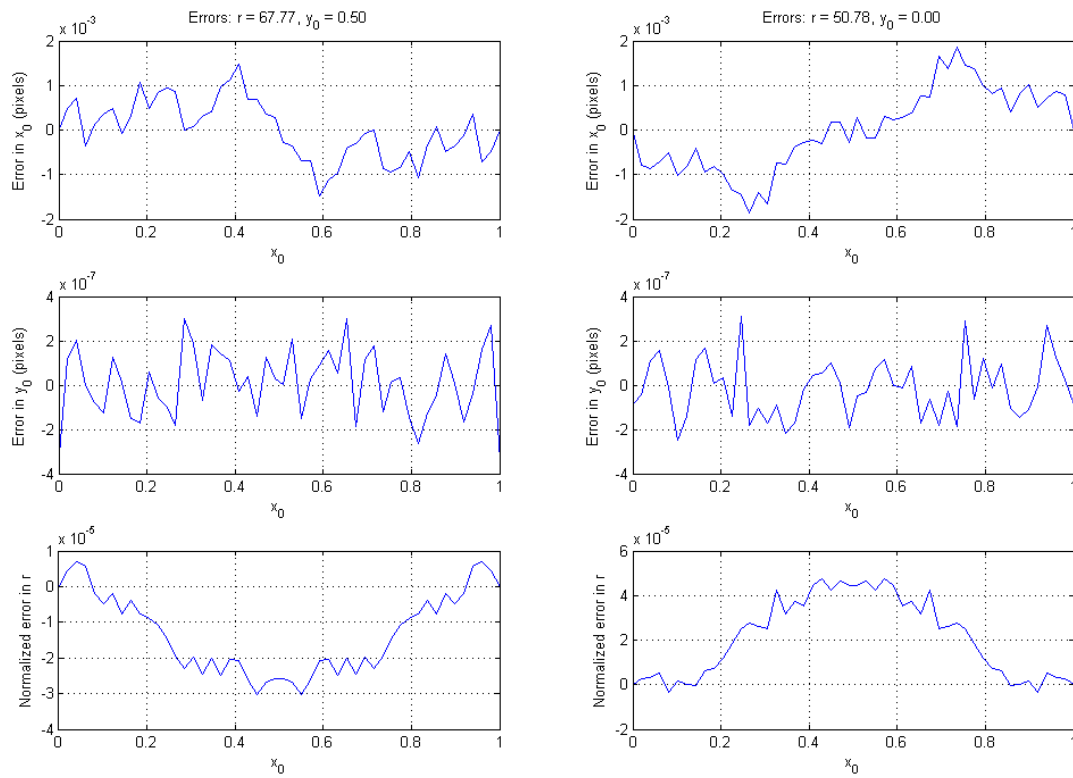


Abb. 4.14: Fehler in der Positionsbestimmung bei künstlich erzeugten Bildern



# 5 Fallexperimente

## 5.1 Versuchsaufbau und Durchführung

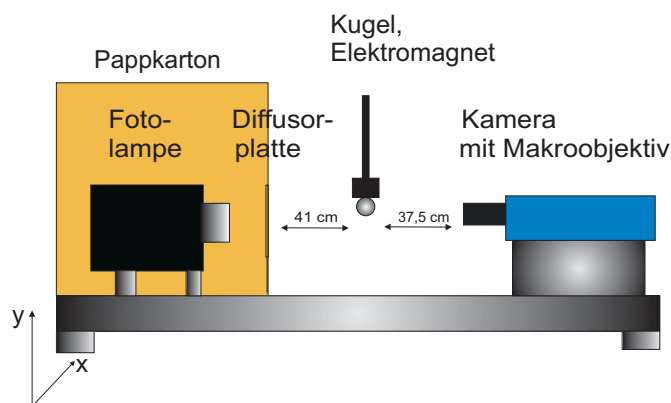


Abb. 5.1: Versuchsaufbau für die Fallexperimente

Für die Fallexperimente wird der Versuchsaufbau geändert: Die Kugel ( $d=30\text{mm}$ ) wird von einem Elektromagneten gehalten, dessen Schalter direkt mit einer Triggerbox für die Kamera verbunden ist, sodass diese mit der Aufnahme startet, sobald das Magnetfeld abgeschaltet ist. Das Schema des Versuchsaufbaus befindet sich in **Abbildung 5.1**.

Da die Kamera jedoch nur 102 Bilder speichern kann, ist es erforderlich, den Aufnahmezeitpunkt hinter den Triggerzeitpunkt zu setzen, sodass die Kugel bereits fällt, sobald die Aufnahme beginnt. Dadurch sollen die Einflüsse des Magnetfeldes bereits soweit wie möglich abgeklungen sein. Ebenfalls sollten zwischen der Kugel und dem oberen Rand des Bildes mindestens fünf Pixel liegen, damit die Auswerteroutine mit MATLAB die Kanten der Kugel genauer detektieren kann.

Als Lichtquelle wird hier eine Fotolampe verwendet, die so hell ist, dass das Bild genügend ausgeleuchtet wird und die durch die hohe Aufnahmegeschwindigkeiten niedrigen Belichtungszeiten dennoch ausreichen.

Die Kameraeinstellungen hierbei sind:  $f = 2000 \text{ fps}$ , Verstärkungsfaktor 5, Belich-

tungsfaktor  $1/2$ . Die Lichtstärke beträgt  $L = 680 \text{ lx}$ .

Ist der richtige Trigger(Verzögerungs-)Zeitpunkt gefunden, werden zehn Messungen mit denselben Einstellungen durchgeführt.

Ebenfalls werden weitere fünf Messungen bei einer Frequenz von  $f = 4000 \text{ fps}$ , Gain 15, und Belichtungsfaktor  $1/2$  durchgeführt, sowie fünf Messungen mit der großen Kugel ( $d = 40 \text{ mm}$ ) bei denselben Einstellungen.

## 5.2 Ergebnisse der Fallexperimente

Ausgewertet wurden die Positionen der Kugel bei allen Filmen wieder mithilfe des MATLAB-Programms. So erhält man die Zeit und die y-Position der Kugel. Diese werden aufgetragen und mithilfe der folgenden Funktion gefittet:

$$y(t) = \frac{1}{2}gt^2 + v_0t + y_0 \quad (5.1)$$

mit den Konstanten  $v_0$  und  $y_0$ . Diese sind nötig, da der absolute Startpunkt, aufgrund der Ungenauigkeit in der Positionsbestimmung, nicht bestimmt werden kann und die Kugel auf dem ersten Bild bereits eine gewisse Strecke  $y_0$  gefallen ist und eine Geschwindigkeit  $v_0$  hat.

Es wurde sowohl mit MATLAB als auch mit GNUpot gefittet. Da beide Programme unterschiedliche Algorithmen benutzen, werden leicht unterschiedliche Werte für  $g$  ausgegeben. Die Differenz der Werte für  $g$  liegt aber über eine Größenordnung unterhalb des Fehlers der durch den Fit angegeben wird. Die folgenden Ergebnisse wurden mit GNUpot erstellt. Es werden nicht alle durchgeführten Messungen im Detail diskutiert, sondern die Messung mit der größten Standardabweichung der Messreihe herausgegriffen um die maximale Fehlerspanne aufzuzeigen.

### 5.2.1 Fallexperimente mit der kleinen Kugel ( $d = 30 \text{ mm}$ ) bei einer Aufnahmefrequenz von $f = 2000 \text{ fps}$

Die ersten zehn Messungen bei einer Frequenz von  $f = 2000 \text{ fps}$ , Verstärkungsfaktor 5 und Belichtungsfaktor  $1/2$  werden bei einer Verzögerung von 54 ms durchgeführt. Bei dieser Einstellung befindet sich die Kugel die ganze Aufnahmezeit über sichtbar im Bild. Allerdings mussten hier die ersten fünf Bilder von der Auswertung ausge-

geschlossen werden, da die Grenze von fünf Pixeln zum oberen Rand nicht erfüllt war. Gefittet wurde also über 89 Messwerte, da zusätzlich jedes 12. Bild entfernt wurde. Aus der statischen Messung ergab sich ein maximaler absoluter Positionsfehler von  $\sigma_x = \pm 3 \mu\text{m}$ . Nach **Formel 2.13** aus **Abschnitt 2.2.3** gilt für den Fehler der Beschleunigung für  $n = 89$  Messwerte über einen Zeitraum  $\Delta t = 4,8 \cdot 10^{-2} \text{ s}$ :

$$S(a) = 0,0373\%$$

Dieser sollte genauso groß sein, wie die Standardabweichung beim Fit.

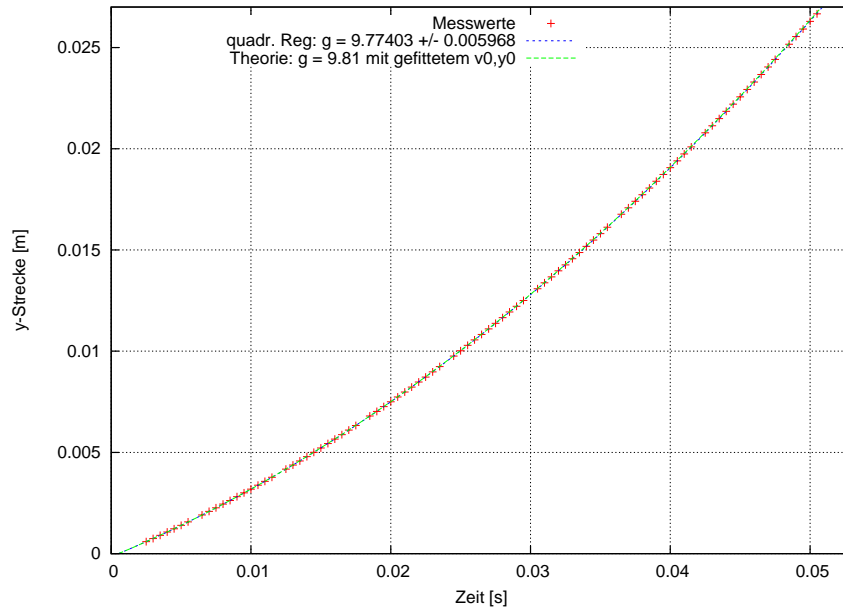


Abb. 5.2: Graphische Darstellung bei einer Messung mit  $f=2000$ , Gain 5, Kugel  $d = 30 \text{ mm}$

In **Abbildung 5.2** ist eine der zehn Messungen aufgetragen. Zu sehen ist die y-t Trajektorie, der Fit der Messwerte mithilfe der **Formel 5.1**, sowie der theoretisch zu erwartende Verlauf mit den gefitteten Werten für die beiden Konstanten.

Für die Erdbeschleunigung wurde mithilfe GNUPLOT ein Wert  $g = (9,77403 \pm 0,005968) \text{ m/s}^2$  ermittelt, der prozentuale Fehler beträgt 0,0611%. Er liegt viel höher ( $\sim 60\%$ ) als der erwartete Fehler. Von den zehn Messungen liegen vier über, und sechs unter dem erwarteten Fehler  $S(a)$ , diese bewegen sich im aber Bereich von  $\pm 10\%$  um  $S(a)$ . Da in den theoretischen Fehler nicht alle erdenklichen Fehlerquellen, sondern nur  $\sigma_x$  und  $n$  eingehen, war das zu erwarten. Die hier gezeigte Messung ist die mit dem größten Fehler, da die anderen Messungen alle einen viel kleineren Fehler

## 5 Fallexperimente

haben (0,033-0,048%), ist das die Spanne, die zu erwarten ist. Diese Spanne liegt auch wieder im Bereich des erwarteten Fehlers.

Als gewichteter Mittelwert über alle 10 Messungen ergibt sich nun:

$$g = (9,8056 \pm 0,0059) \text{ m/s}^2$$

Das entspricht einer Abweichung vom Literaturwert für Göttingen (siehe **Abschnitt 2.2.2**) von 0,061%.

### 5.2.2 Fallexperimente mit der kleinen Kugel ( $d = 30 \text{ mm}$ ) bei einer Aufnahmefrequenz von $f = 4000 \text{ fps}$

Um zu überprüfen, wie sich der Wert für  $g$  verhält, wenn man eine schnellere Aufnahmegeschwindigkeit wählt, wird auch diese Messung durchgeführt. Da bei einer schnelleren Frequenz die Belichtungszeit kürzer ist, wird der Verstärkungsfaktor auf den Wert 15 erhöht. Der Triggerzeitpunkt wurde hier auf 56 ms gesetzt, da die Aufnahmegeschwindigkeit höher ist.

In **Abbildung 5.3** ist die Bewegungstrajektorie  $y$ - $t$ , sowie der Fit der Messwerte einer der fünf Messungen graphisch aufgetragen. Gefittet wurde über 93 Messwerte. Bei einer Aufnahmefrequenz von  $f = 4000 \text{ fps}$ , also einer Aufnahmedauer von  $t = 25,25 \text{ ms}$  und  $n = 93$  Messpunkten ergibt sich ein theoretischer Fehler:

$$S(a) = 0,1321\%$$

Beim Fit dieser Messung wurde mithilfe GNUplot ein Wert  $g = (9,83449 \pm 0,01229) \text{ m/s}^2$  ermittelt, die prozentuale Abweichung von 0,1250% ist also kleiner als die erwartete Abweichung  $S(a)$ .

Der gewichtete Mittelwert der fünf Messungen für die Erdbeschleunigung in diesem Fall beträgt:

$$g = (9,7809 \pm 0,0050) \text{ m/s}^2$$

Das entspricht einer Abweichung vom Literaturwert für Göttingen von 0,313%



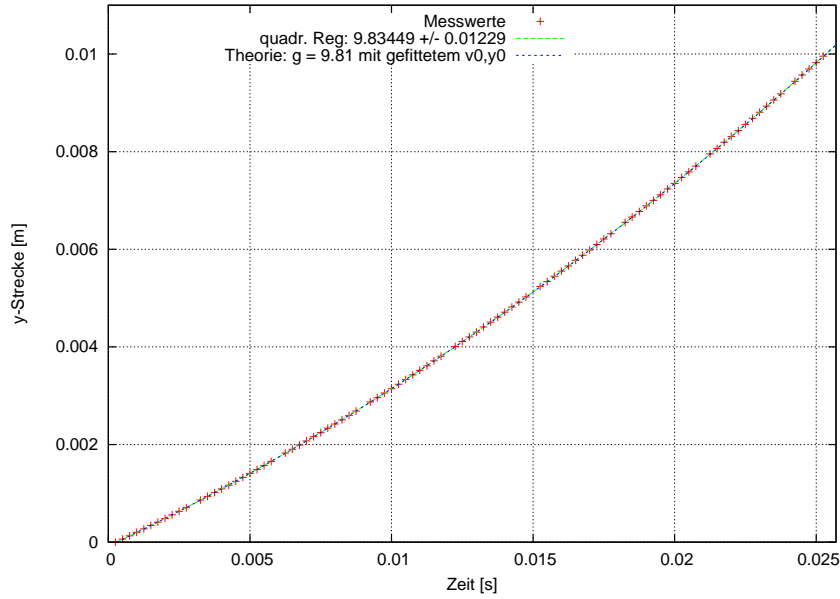


Abb. 5.3: Graphische Darstellung bei einer Messung mit  $f = 4000$  fps, Gain 15, Kugel  $d = 30$  mm

### 5.2.3 Fallexperimente mit der großen Kugel ( $d = 40$ mm) bei einer Aufnahmefrequenz von $f = 4000$ fps

Die nächsten fünf Messungen wurden mit der großen Kugel durchgeführt, um auch hier zu überprüfen, ob es Unterschiede zu den anderen Messungen gibt. Die Aufnahmefrequenz betrug hier ebenfalls  $f = 4000$  fps, da die Kugel bei einer niedrigeren Frequenz vor Ablauf der Bildsequenz unten aus dem Bild fiel, dementsprechend musste der Verstärkungsfaktor 15 gewählt werden. Als Triggerzeitpunkt wurden hier 52 ms gewählt, um die fünf Pixel zum oberen Rand einzuhalten. In **Abbildung 5.4** ist eine der Messungen graphisch aufgetragen. Gefittet wurde ein Wert  $g = (9,80505 \pm 0,01073) \text{ m/s}^2$ , die Standardabweichung in Prozent beträgt 0,1094%. Sie ist also etwas niedriger als der erwartete Fehler und, obwohl dieselbe Frequenz verwendet wird, niedriger als bei der vorherigen Messung. Da bei dieser Messung die große Kugel verwendet wurde, standen bei der Kantendetektion entsprechend mehr Kantenpunkte zur Verfügung, daher verringert sich auch der Fehler.

Der gewichtete Mittelwert über diese fünf Messungen ist:

$$g = (9,80898 \pm 0,00457) \text{ m/s}^2$$

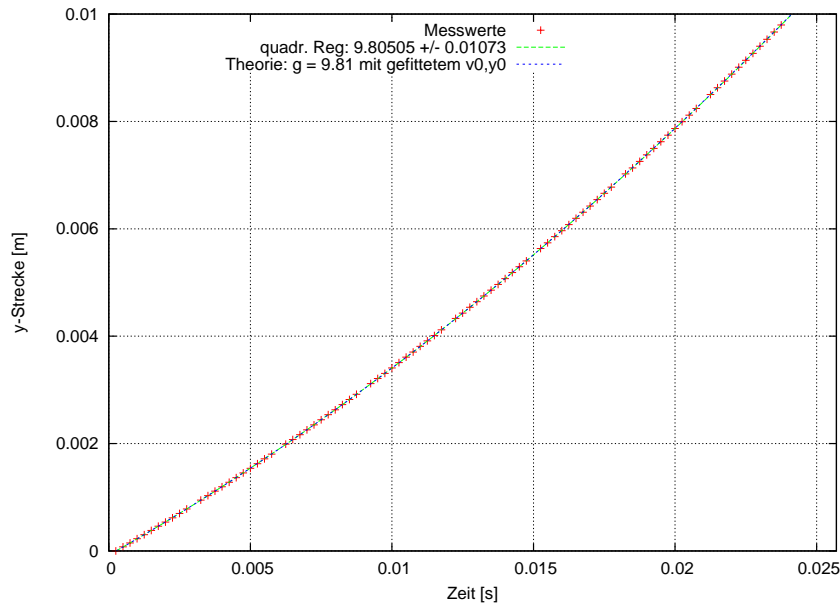


Abb. 5.4: Graphische Darstellung einer Messung mit  $f = 4000$  fps, Gain 15, Kugel  $d = 40$  mm

Das entspricht einer Abweichung vom Literaturwert für Göttingen von 0,026%. Diese Messung lieferte also die besten Ergebnisse der drei Messungen.

## 5.3 Diskussion der Fallexperimente

### 5.3.1 Probleme bei der Durchführung der Experimente

Wie in der Theorie bereits erwähnt, wurden die Fallexperimente durchgeführt, da sie, wie ein Experiment im HEG, eine konstante Beschleunigung besitzen.

Doch bis die Experimente so, wie sie hier beschrieben wurden, durchgeführt werden konnten, mussten viele Testmessungen durchgeführt werden: Zunächst wurde die Kugel an einem Faden aufgehängt und fallengelassen. Die Kamera wurde mithilfe einer Lichtschranke, bestehend aus einer Fotodiode und einem Laserpointer getriggert. Das Problem war allerdings, die Kugel immer wieder auf die selbe Höhe zu hängen. Ebenfalls war der Faden im Bild zu erkennen und die Kantendetektion hat die Klebestelle des Fadens und den Faden selbst zum Radius hinzuaddiert, sodass diese Möglichkeit dann ausfiel, obwohl einige Ergebnisse nicht schlecht waren (Abweichungen vom Literaturwert von 0,5% bei der besten Messung). Aber die Messung war aufgrund der o.g. Gründe nicht reproduzierbar und lieferte daher keine

vergleichbaren Ergebnisse.

Der nächste Schritt war der Einsatz des Elektromagneten, der sich schließlich bewährte. Dieser ließ sich direkt an die Triggerbox anschließen, sodass die Kamera aufnahm, sobald das Magnetfeld abgeschaltet war. Bei den ersten Messungen stellte sich zunächst heraus, dass der gemessene Wert für die Erdbeschleunigung viel zu niedrig war ( $\sim 9,3 \text{ m/s}^2$ ). Dafür kommen mehrere Gründe in Betracht:

- Einflüsse des Magnetfeldes: Auch wenn der Strom des Elektromagneten abgeschaltet war, ist trotzdem noch eine Restmagnetisierung des Kerns vorhanden, die erst abklingen muss. Dadurch kann die Kugel am Anfang ihres Falls noch magnetisiert sein und wird deshalb abgebremst.
- Fehler in der Positionsbestimmung zu Beginn des Falls: Aus den statischen Messungen war bekannt, dass der Fehler  $\sigma_x = 3 \mu\text{m}$  beträgt. In **Abschnitt 2.2.1** in **Abbildung 2.3** erkennt man, dass gerade bei den ersten Bildern nur wenige Mikrometer zurückgelegt werden. Das heißt, dass der Fehler bei den ersten Bildern in der Größenordnung der zurückgelegten Distanz liegt. Das führte auch dazu, dass es nicht möglich war, den Startpunkt des Fallens zu bestimmen, als der Triggerzeitpunkt noch so gesetzt war, dass die Kugel auf dem ersten Bild noch nicht fiel.
- Optimale Kantendetektion: Um die Kanten der Kugel optimal detektieren zu können, muss die Kugel während der gesamten Bildsequenz gut im Bild zu erkennen sein, das heißt, sie muss bereits vom oberen Bildrand entfernt sein, damit der Bildrand nicht als Objektkontur interpretiert werden kann. Am besten und am geringsten fehleranfällig stellte sich ein Abstand von fünf Pixeln zum oberen Rand heraus.

Der Triggerzeitpunkt muss also so gewählt werden, dass die Kugel bereits fällt, wenn die Kamera mit der Aufnahme startet, damit alle oben genannten Fehlerfaktoren weitestgehend ausgeschlossen werden können und nur die Erdbeschleunigung auf die Kugel wirkt.

#### 5.3.2 Diskussion der Ergebnisse

Nachdem alle Vorkehrungen getroffen waren, konnten die Messwerte mithilfe der **Formel 5.1** gefittet werden, und man erhält den Wert für  $g$  und die Standardabweichung. Diese Formel berücksichtigt die Tatsache, dass die Kugel auf dem ersten

Bild bereits eine gewisse Strecke  $y_0$  gefallen ist und eine Geschwindigkeit  $v_0$  besitzt. In **Abschnitt 2.2.3** wurde die Formel für den erwarteten Fehler  $S(a)$  der Beschleunigung hergeleitet. Sie beschreibt den Fehler der Beschleunigung beim besten Fit von  $n$  Messwerten bei konstanter Beschleunigung und bekanntem Fehler  $\sigma_x$  im Ort. Die Standardabweichungen der Beschleunigungen der durchgeführten Messungen liegen alle im Bereich dieses Fehlers. Das heißt, die Experimente spiegeln die theoretischen Erwartungen wider. Abweichungen kommen vermutlich daher, dass die Formel die anderen experimentellen Bedingungen, wie das abklingende Magnetfeld, sowie den Fehler in der Zeit und andere Faktoren vernachlässigt. Die Messung mit der großen Kugel lieferte die kleinste Abweichung vom Literaturwert mit nur 0,26%. Hier standen bei der Kantendetektion mehr Punkte zur Verfügung, sodass die Position und damit die Beschleunigung genauer bestimmt werden konnte. Bei den statischen Messungen gab es zwar keinen Unterschied zwischen den beiden Kugeln, aber bei den Fallexperimenten spielt die Größe der Kugel offensichtlich eine Rolle. Insgesamt sind die Ergebnisse sehr zufriedenstellend. Die gewichteten Mittelwerte der jeweiligen Messungen weichen zwischen 0,026% und 0,313% vom Literaturwert ab, der selbst nur bis zur vierten Nachkommastelle angegeben wird.

## 6 Schlussfolgerung und Ausblick

Für die EXOMARS-Kampagne im HEG sollte die Anwendbarkeit der optischen Kraftmesstechnik zur Objektverfolgung untersucht werden.

Zunächst wurde auf die CCD-Charakteristik der HPV-1 Kamera eingegangen: Der Dunkelstrom ist proportional zum Verstärkungsfaktor, die Anzahl der Hotpixel und das Fixmuster-Rauschen nehmen mit Erhöhung des Verstärkungsfaktors ebenfalls zu.

Das Helligkeitsverhalten des Chips über die Belichtungszeit lässt sich gut durch eine kubische Funktion approximieren. Die Messungen ergaben, dass die Verstärkungsfaktoren das Signal um den angegebenen Faktor verstärken, sie funktionieren also richtig. Bei den Kalibrierungsmessungen wurde weiterhin herausgefunden, dass die Kamera einen anwendungsunabhängigen Hardwarefehler besitzt, jedes zwölfte Bild besitzt eine niedrigere Intensität als die anderen Bilder.



# Literaturverzeichnis

- [1] J. Canny. A Computational Approach To Edge Detection. *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 8(6):679–698, 1986.
- [2] Daniel Göhring. Eine vergleichende Betrachtung CCD kontra CMOS. Master's thesis, Humboldt Universität zu Berlin, 2002. URL <http://www2.informatik.hu-berlin.de/~goehring/papers/ccd-vs-cmos.pdf>.
- [3] Gerd Litfin. *Technische Optik in der Praxis*. Springer, 1997.
- [4] Herman Gröning. *Radiometrische Kalibrierung und Charakterisierung von CCD- und CMOS Bild-Sensoren und monokulares 3D-Tracking in Echtzeit*. PhD thesis, Universität Heidelberg, Fakultät für Physik und Astronomie, 2003. URL <http://deposit.ddb.de/cgi-bin/dokserv?idn=968090036>.
- [5] J. Martinez Schramm K. Hannemann and S. Karl. Recent Extensions to the High Enthalpy Shock Tunnel Göttingen (HEG). *2nd International ARA Days, "10 Years after ARD", Arcachon France, 21-23 October*, 2008.
- [6] Karsten Schindler. Grundlagen der CCD-Technik. Jugend forscht, 2004. URL <http://www.pixelmask.de/>.
- [7] Klaus D. Tönnies. *Grundlagen der Bildverarbeitung*. Pearson Studium, 2005.
- [8] S. J. Laurence. *Proximal Bodies in Hypersonic Flow*. PhD thesis, California Institute of Technology, Pasadena, 2006.
- [9] S. J. Laurence and S. Karl. High-precision visualization-based tracking of rigid, uniaxially rotating bodies (not yet published).
- [10] Matthias Peters. CCD-Sensor.de. URL [www.ccd-sensor.de](http://www.ccd-sensor.de).
- [11] Horst Uwe Keller Nicolas Thomas. Photometric calibration of the halley multicolor camera. *Applied Optics*, 29(10):1503–1519, April 1990.

- [12] *AF Zoom-Nikkor Instruction Manual*. Nikon Corporation, Tokyo.
- [13] Peter Rocket. The Accuracy of Sub-Pixel Localisation in the Canny Edge Detector. Department of Electronic & Electrical Engineering, University of Sheffield, September 1999. The 10th British Machine Vision Conference.
- [14] Physikalisch Technische Bundesanstalt Braunschweig. Schwere-Informationssystem (SIS). URL [http://www.ptb.de/de/aktuelles/archiv/nachrichten/2007/\\_sis-direkt.html](http://www.ptb.de/de/aktuelles/archiv/nachrichten/2007/_sis-direkt.html).
- [15] PixelINK. How To Interpret Digital Camera Parameters. URL [http://www.pixelink.com/support/oem/cameras/common/image\\_quality\\_specifications/how\\_to\\_interpret\\_camera\\_parameters.htm](http://www.pixelink.com/support/oem/cameras/common/image_quality_specifications/how_to_interpret_camera_parameters.htm).
- [16] Richard E. Woods Rafael C. Gonzales. *Digital Image Processing*. Pearson, 2008.
- [17] Andreas Lindau Roman Schwartz. Das europäische Gravitationszonenkonzept nach WELMEC für eichpflichtige Waagen (überarbeitete deutsche Fassung). URL <http://www.ptb.de/de/org/1/11/115/doc/gravzonen.pdf>.
- [18] *Hypervision HPV-1 Instruction Manual*. Shimadzu Corporation, Tokyo.
- [19] Stuart L. Meyer. *Data Analysis For Scientists And Engineers*. Wiley, 1975.



# Danksagung

Dank...

**Erklärung** nach §13(8) der Prüfungsordnung für den Bachelor-Studiengang Physik und den Master-Studiengang Physik an der Universität Göttingen:

Hiermit erkläre ich, dass ich diese Abschlussarbeit selbständig verfasst habe, keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt habe und alle Stellen, die wörtlich oder sinngemäß aus veröffentlichten Schriften entnommen wurden, als solche kenntlich gemacht habe.

Darüberhinaus erkläre ich, dass diese Abschlussarbeit nicht, auch nicht auszugsweise, im Rahmen einer nichtbestanden Prüfung an dieser oder einer anderen Hochschule eingereicht wurde.

Göttingen, den 16. Juli 2009

(Sabrina Rutschmann)